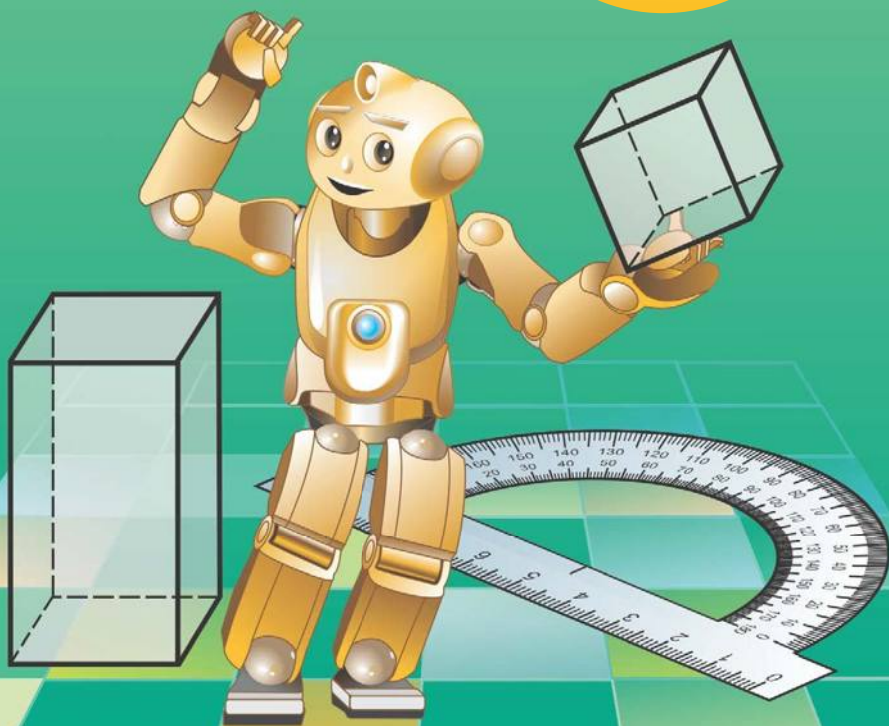


МАТЕМАТИКА

5

Часть 2



МАТЕМАТИКА

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ 5 КЛАССА
УЧРЕЖДЕНИЙ ОБЩЕГО СРЕДНЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
С РУССКИМ ЯЗЫКОМ ОБУЧЕНИЯ

Под редакцией профессора
Л. Б. Шнепермана

В 2 частях

Часть 2

*Допущено
Министерством образования
Республики Беларусь*

2-е издание, пересмотренное и дополненное



МИНСК
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ОБРАЗОВАНИЯ
2013

УДК 51(075.3=161.3=161.1)

ББК 22.1я721

М34

А в т о р ы:

Е. П. Кузнецова, Г. Л. Муравьева, Л. Б. Шнеперман,
Б. Ю. Ящин, Ю. К. Войтова

Р е ц е н з е н т

учитель математики высшей категории государственного учреж-
дения образования «Браславская гимназия» *Д. Г. Мацкевич*

Математика : учеб. пособие для 5-го кл. учреж-
М34 дений общ. сред. образования с рус. яз. обучения :
в 2 ч. / Е. П. Кузнецова [и др.] ; под ред. Л. Б. Шне-
пермана. — 2-е изд., пересм. и доп. — Минск : Нац.
ин-т образования, 2013. — Ч. 2. — 256 с. : ил.
ISBN 978-985-559-199-4.

УДК 51(075.3=161.3=161.1)

ББК 22.1я721

ISBN 978-985-559-199-4 (ч. 2) © Оформление. НМУ «Национальный
ISBN 978-985-559-197-0 институт образования», 2013

Дорогие ребята!

Вы продолжите занятия арифметикой и узнаете, что такое обыкновенные дроби, научитесь выполнять различные действия над ними, решать арифметические задачи, а также продолжите знакомиться с некоторыми геометрическими фигурами и их свойствами.

* * *

Упражнения в учебном пособии обозначаются знаком  и нумеруются по главам. Число перед точкой обозначает номер главы, число после точки — номер упражнения. Например, 6.81 — 81-е упражнение 6-й главы. Аналогично нумеруются и пункты теории. Пункт 7.3 означает 3-й пункт из 7-й главы.

Упражнения, которые должны уметь решать все, отмечены кружком (например, 7.19°). Остальные задания адресованы тем, кто хочет лучше знать математику и получать отметки выше, чем 5—6 баллов. Наиболее трудные задания помечены звездочкой (например, 8.93*).

Самые важные теоретические сведения выделены в тексте разными шрифтами и сопровождаются знаком .

Материал, помещенный между треугольниками ▲, предназначен для тех, кто интересуется математикой.

Знак  (весы) нарисован там, где есть возможность сравнивать варианты решений или их оформление.

Исторические сведения выделены в тексте закрашенными квадратами ■.

Знаком  отмечены материалы и задачи на повторение.

Желаем успехов!

Авторы

Глава 5

ПРОСТЫЕ ЧИСЛА

5.1. Простые и составные числа

Число 1 имеет только один делитель — само число 1.

Каждое натуральное число n , большее 1, имеет по крайней мере два делителя: 1 и n .



Натуральное число, которое имеет только два делителя, называется простым.

Например, числа 2, 3, 47, 53 — простые.



Натуральное число, которое имеет более двух делителей, называется составным.

Например, числа 4, 15, 30, 49 — составные.

Принято считать, что 1 не является ни простым, ни составным числом.

Простых чисел бесконечно много. Это было доказано древнегреческим математиком Евклидом.

Значит, наибольшего простого числа нет. А наименьшее простое число есть — это число 2.

На форзаце II приведена таблица всех простых чисел, меньших 1000.

Вопросы

1. Какое число называется простым? составным?
2. Верно ли, что любое натуральное число либо простое, либо составное?
3. Является ли единица простым числом? составным числом?



Упражнения

5.1.° Среди чисел 29, 44, 28, 47, 85, 2964, 798, 79, 540, 997, 67, 30 034, 31, 9950, 83 найдите и выпишите те, которые являются:

- 1) простыми числами;
- 2) составными числами.

5.2. Докажите, что не является простым число:

- | | |
|------------|----------|
| 1) 36; | 2) 4588; |
| 3) 15 790; | 4) 3131. |

5.3.° Пользуясь таблицей простых чисел, составьте последовательность первых пятнадцати простых чисел.

5.4. Начертите координатный луч, примите за единичный отрезок сторону одной клетки тетради. Отметьте на координатном луче 7 простых чисел.

5.5.° Пользуясь таблицей простых чисел, запишите все простые числа натурального ряда между:

- | | |
|-------------|---------------|
| 1) 1 и 18; | 2) 18 и 27; |
| 3) 28 и 50; | 4) 156 и 211. |

5.6.° Запишите все составные числа натурального ряда между:

- | | |
|---------------|---------------|
| 1) 1 и 25; | 2) 20 и 50; |
| 3) 196 и 230; | 4) 578 и 624. |

5.7. Найдите сумму первых десяти простых чисел.

5.8. Найдите сумму всех составных двузначных чисел, которые расположены в натуральном ряду между двумя простыми числами 43 и 47.

5.9. Найдите произведение всех простых однозначных чисел.

5.10. Укажите 3 составных числа, у которых имеется только n простых однозначных делителей, если:

- 1) $n = 2$; 2) $n = 3$; 3) $n = 4$.

5.11. Найдите два простых натуральных числа, произведение которых равно:

- 1) 87; 2) 111; 3) 209; 4) 391.

5.12. Саша выписал первые 100 чисел натурального ряда. Сначала он зачеркнул все простые числа, потом все составные числа. Определите количество зачеркнутых простых чисел и количество зачеркнутых составных чисел. Сколько чисел остались незачеркнутыми?

5.13. Верно ли утверждение:

1) Сумма двух простых чисел может быть:

- а) простым числом; б) составным числом;
в) нечетным числом; г) четным числом?

2) Произведение двух простых чисел может быть:

- а) четным числом; б) простым числом?

5.14. Найдите периметр прямоугольника, стороны которого выражены простыми натуральными числами, а площадь равна:

- 1) 21 см^2 ; 2) 77 м^2 ;
3) 143 см^2 ; 4) 209 дм^2 .

5.15. Найдите периметры квадратов, стороны которых выражены однозначными простыми числами. Полученные результаты запишите в порядке убывания.

5.16. Найдите площади квадратов, стороны которых выражены однозначными простыми числами. Полученные результаты запишите в порядке возрастания.

5.2. Разложение натурального числа на простые множители

Представим число 30 в виде произведения:

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Правая часть этого равенства называется *разложением* числа 30 на простые множители.

Приведем еще один пример.

$$90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5.$$

Каждое из произведений $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ и $2 \cdot 3^2 \cdot 5$ называется разложением числа 90 на простые множители.



Разложить натуральное число на простые множители — это значит представить его в виде произведения простых чисел или их степеней.

Любое составное число можно представить в виде произведения простых чисел, т. е. разложить его на простые множители. А простое число? Принято считать, что разложением простого числа на простые множители является само это число. Так как число 1 нельзя представить в виде произведения простых чисел, то число 1 нельзя разложить на простые множители.



Каждое натуральное число, кроме 1, можно разложить на простые множители.

Пример. Разложить 12 936 на простые множители.

Решение. 1) 12 936 делится на 2, получается 6468;

2) 6468 делится на 2, получается 3234;

3) 3234 делится на 2, получается 1617;

4) 1617 делится на 3, получается 539;

5) 539 делится на 7, получается 77;

6) 77 делится на 7, получается 11;

7) 11 делится на 11, получается 1.

Итак, $12\ 936 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 11$.

Вычисления, которые мы провели, коротко записываются так, как показано на рисунке 1.

12 936	2
6468	2
3234	2
1617	3
539	7
77	7
11	11
1	

Рис. 1

Вопросы

1. Что значит: разложить число на простые множители?
2. Каждое ли натуральное число можно разложить на простые множители?



Упражнения

5.17.° Разложите на простые множители число:

- | | | |
|--------|--------|--------|
| 1) 4; | 2) 10; | 3) 14; |
| 4) 16; | 5) 35; | 6) 49. |

5.18.° Разложите на простые множители число:

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| 1) 60; | 2) 54; | 3) 196; | 4) 216; |
| 5) 4120; | 6) 5176; | 7) 3276; | 8) 6210. |

5.19. Разложите на простые множители число:

- | | |
|-------------|---------------|
| 1) 100; | 2) 1000; |
| 3) 100 000; | 4) 1 000 000. |

5.2. Разложение натурального числа на простые множители

5.20.° Найдите натуральное число, если известно его разложение на простые множители:

1) $2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$;

2) $2^4 \cdot 7 \cdot 11$;

3) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$;

4) $3^2 \cdot 7^2 \cdot 13$.

5.21. Верно ли, что:

1) $1575 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$;

2) $2400 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$;

3) $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$;

4) $126 \cdot 126 = 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$?

5.22. Разложите на простые множители произведение:

1) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10$;

2) $9 \cdot 25 \cdot 49$;

3) $120 \cdot 96$;

4) $10 \cdot 20 \cdot 30 \cdot 40 \cdot 50$.

5.23. Напишите все однозначные числа, разложение которых на простые множители состоит из:

1) двух простых множителей;

2) трех простых множителей.

5.24. Запишите все двузначные числа, разложение которых на простые множители состоит из:

1) двух равных простых множителей;

2) трех равных простых множителей.

5.25. Разложите на простые множители квадраты однозначных чисел.

5.26. Разложите на простые множители кубы однозначных чисел.

5.27. Разложите на простые множители число:

1) 576, если известно, что $576 = 24^2$;

2) 1728, если известно, что $1728 = 12^3$;

- 3) 104 976, если известно, что $104\,976 = 18^4$;
 4) 24 300 000, если известно, что $24\,300\,000 = 30^5$.

5.28. Найдите все делители натурального числа, если известно разложение его на простые множители:

- 1) $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$; 2) $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$;
 3) $462 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$; 4) $1430 = 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$.

5.29. Найдите все делители натурального числа, используя разложение его на простые множители:

- 1) 385; 2) 102; 3) 210; 4) 390.

5.30. Известно, что в разложении натурального числа все простые множители равны 2. Найдите все такие:

- 1) однозначные числа;
 2) двузначные числа;
 3) трехзначные числа.

5.31. В разложении натурального числа на простые множители все простые множители равны. Найдите такое наименьшее натуральное число, в разложении которого количество простых множителей равно:

- 1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 6.

5.32.* Верно ли, что число a делится на число b , если:

- 1) $a = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, $b = 2^2 \cdot 7 \cdot 13$;
 2) $a = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 29$, $b = 2^6 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 29$;
 3) $a = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^4 \cdot 19 \cdot 41$, $b = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 19$;
 4) $a = 2 \cdot 3^6 \cdot 11^2 \cdot 43 \cdot 101$, $b = 3^3 \cdot 11^2 \cdot 43 \cdot 101$?

5.33.* Верно ли, что число a делится на число b , если:

- 1) $a = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 91$, $b = 819$;
 2) $a = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$, $b = 900$;
 3) $a = 2^5 \cdot 5 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 13$, $b = 275$;
 4) $a = 5^6 \cdot 7^2 \cdot 13^2 \cdot 17^4$, $b = 595$?

5.34. Пользуясь разложением чисел на простые множители, определите, во сколько раз число:

1) 2016 больше числа 168;

2) 216 меньше числа 3672.

5.35. С помощью разложения чисел на простые множители найдите произведение чисел:

1) $75 \cdot 16$;

2) $225 \cdot 24$;

3) $144 \cdot 125$;

4) $324 \cdot 250$.

5.36.* Выполните действия:

1) $(2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11) : (3 \cdot 11)$;

2) $(2^2 \cdot 3 \cdot 11) \cdot (5^2 \cdot 3)$;

3) $(2^4 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 13) : (2^3 \cdot 3^3 \cdot 13)$;

4) $(2^6 \cdot 3 \cdot 7) \cdot (5^6 \cdot 3)$.

5.37.* Найдите два последовательных натуральных числа, произведение которых равно:

1) 342;

2) 462;

3) 552;

4) 870;

5) 992;

6) 8190.

5.3. Шкалы

На рисунке 2 изображена линейка. На ней нанесены штрихи, которые делят линейку на равные части.

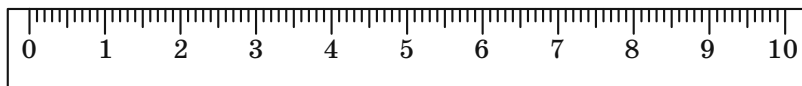


Рис. 2

Эти части называются *делениями* линейки. Длина каждого деления равна 1 мм. Говорят: *цена деления* равна 1 мм. Деления линейки образуют *шкалу*.

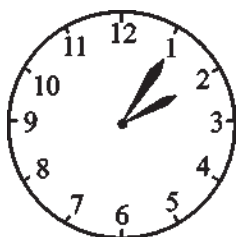


Рис. 3

На рисунке 3 изображен циферблат. На нем нанесены штрихи, которые делят циферблат на 12 равных частей. Когда рассматриваются показания часовой (короткой) стрелки, цена одного деления циферблата равна 1 ч. Когда рассматриваются показания минутной (более длинной) стрелки, цена одного деления циферблата равна 5 мин. Деления циферблата образуют шкалу.

Вопрос

Какие приборы, на которых есть шкалы, вы знаете?



Упражнения

5.38.° На рисунке 4 изображена шкала. Какие числа соответствуют точкам A , B , C , D на этой шкале?

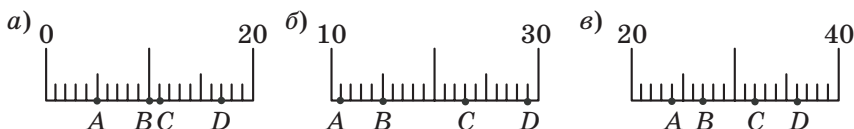


Рис. 4

5.39.° Начертите в тетради отрезок, длина которого равна 24 клеткам. Над одним концом отрезка напишите число 0, а над другим — число 12. Разделите отрезок штрихами на 12 равных частей и расставьте на полученной шкале числа от 1 до 11.

5.40. По рисунку 5 найдите:

- 1) расстояние между двумя соседними высокими делениями;
- 2) расстояние между высоким и ближайшим к нему делением средней высоты;

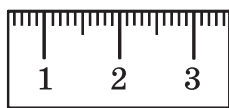


Рис. 5

- 3) какую часть составляет цена деления от расстояния между двумя рядом расположенными высокими делениями;
- 4) какую часть составляет цена деления от расстояния между высоким и ближайшим к нему делением средней высоты.

5.41. Какую температуру показывает каждый термометр на рисунке 6?

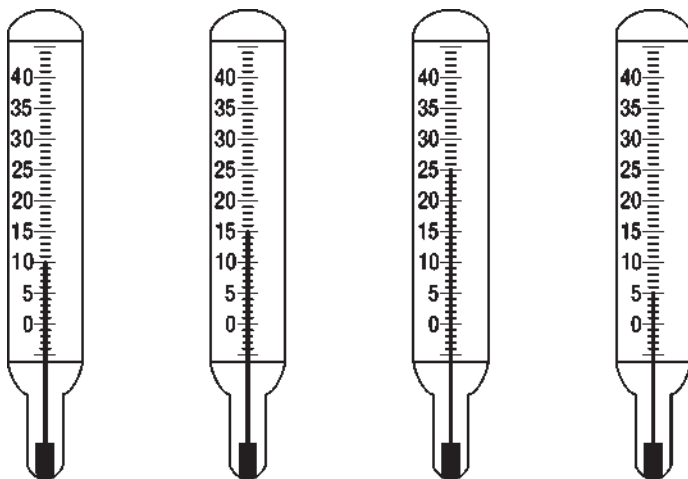


Рис. 6

Какую температуру будут показывать термометры, если их столбики:

- 1) опустятся на 5 делений;
- 2) поднимутся на 4 деления;
- 3) опустятся на 8 делений;
- 4) поднимутся на 2 деления?

5.42. Знайка изобрел прибор «веселометр» для измерения настроения коротышек и измерял настроение Шпунтика утром и вечером. Одно деление шкалы на его «веселометре» составляет 4 «шутки». На сколько «шутков» повысилось или понизилось настроение Шпунтика за день, если столбик «веселометра»:

- 1) опустился на 1 деление;
- 2) поднялся на 2 деления;
- 3) опустился на 4 деления;
- 4) поднялся на 3 деления?

5.43. Минутная стрелка делает полный оборот за 1 ч. Определите цену деления циферблата, на шкале которого нанесено n делений, если:

- 1) $n = 4$;
- 2) $n = 12$;
- 3) $n = 24$;
- 4) $n = 60$.

5.44. Часовая стрелка делает полный оборот за 12 ч. Определите цену деления циферблата, на шкале которого нанесено n делений, если:

- 1) $n = 4$;
- 2) $n = 12$;
- 3) $n = 24$;
- 4) $n = 60$.

5.45. На шкале спидометра нанесено 17 делений. Определите наибольшее возможное показание спидометра, если цена деления шкалы равна:

- 1) $5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$;
- 2) $10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$;
- 3) $20 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$;
- 4) $14 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

5.46.° Найдите длину каждой рыбы по рисунку 7. На сколько сантиметров лосось длиннее сельди черноморской? На сколько сантиметров волжская сельдь короче семги?

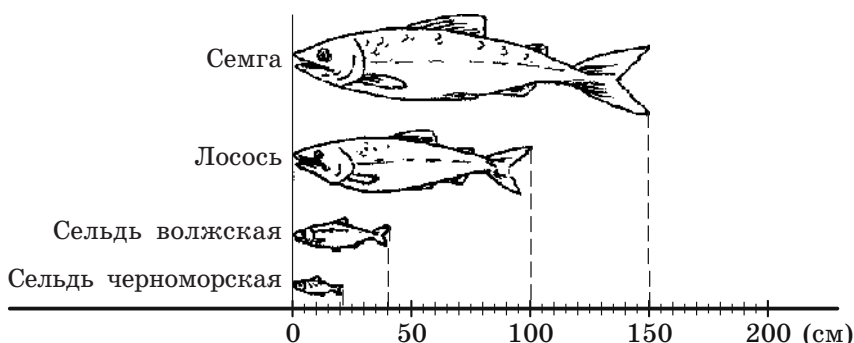


Рис. 7

5.47. Каков рост (в см) каждого ученика (рис. 8)? Кто выше Володи? А кто ниже Марины?

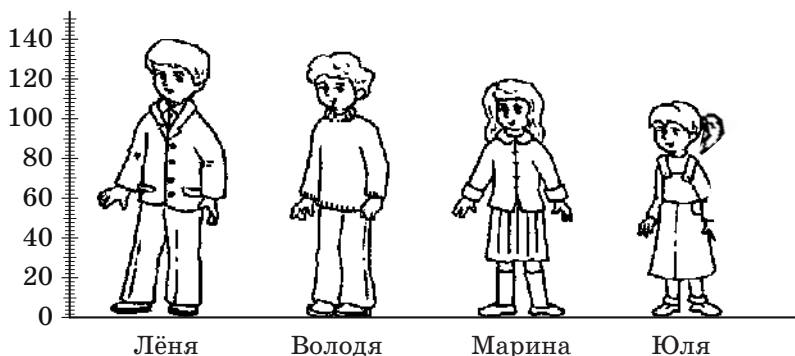


Рис. 8

5.4. Измерение углов

Единицей измерения углов является угол величинной в один градус. Что это за угол?

Договорились считать, что развернутый угол содержит 180 градусов.

Развернутый угол делят на 180 равных частей, т. е. на 180 равных углов. Величина одного такого угла принята за единицу измерения углов. Она называется *градусом*.

Градус обозначается знаком «°». Запись 1° читается: «*один градус*». Запись 30° читается: «*тридцать градусов*».

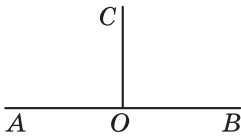


Рис. 9

Развернутый угол равен 180° , а прямой угол составляет половину развернутого угла; поэтому *прямой угол равен 90°* . На рисунке 9 $\angle AOB = 180^\circ$, $\angle AOC = 90^\circ$ и $\angle BOC = 90^\circ$.

Для измерения углов в градусах используют **транспортир** (рис. 10). На шкале транспортира полуокружность разделена на 180 равных частей.

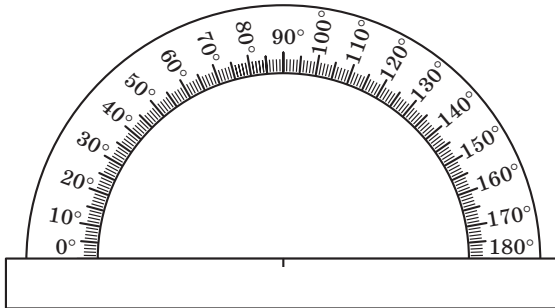


Рис. 10

На рисунке 11 показано, как используют транспортир для измерения углов. Транспортир накладывается на угол таким образом, чтобы центр транспортира совпал с вершиной угла, а нулевое деление транспортира оказалось на одной из сторон угла. Тогда другая сторона угла укажет на транспортире величину угла в градусах. На рисунке 11 получим $\angle AOC = 140^\circ$. (Говорят еще: «*градусная мера угла AOC равна 140°* ».)

Угол, меньший прямого, т. е. меньший 90° , называется **острым**.

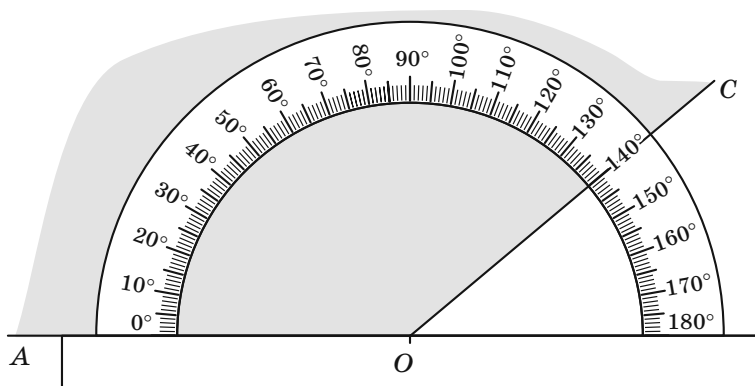


Рис. 11

Угол, больший прямого, но меньший развернутого, т. е. угол, больший 90° , но меньший 180° , называется *тупым*.

Отметим свойство смежных углов: *сумма двух смежных углов равна 180°* .

Транспортир используется не только для измерения, но и для построения углов заданной величины. На рисунке 12 показано, как с помощью транспортира строится угол величиной 47° . Для этого проводят произвольный луч ML с началом в точке M .

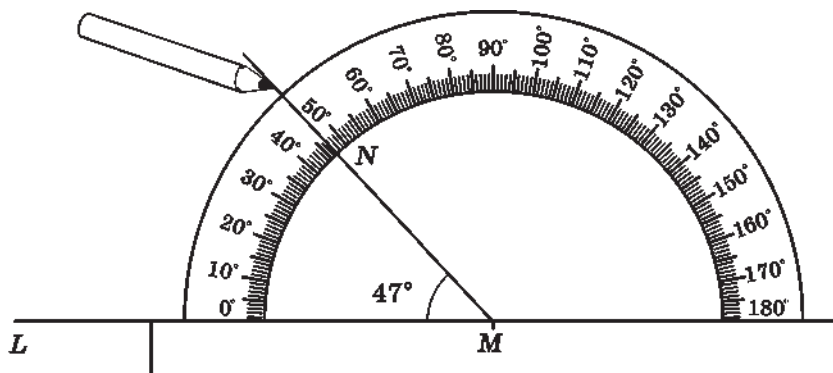


Рис. 12

Накладывают на этот луч транспортир таким образом, чтобы его центр совпал с вершиной угла M , а нулевое деление транспортира оказалось на луче ML . На шкале транспортира находят штрих, соответствующий углу 47° , и отмечают точку N . Проводят луч MN . Таким образом, построен угол, величина которого 47° .

Существует предположение, что разделение года на 360 дней (так полагали в Древнем Вавилоне) дало повод разделить полную окружность на 360 частей (а полуокружность на 180 частей) — «шагов». Считалось, что Солнце делает при своем видимом обращении вокруг Земли один шаг в сутки. Это деление окружности на 360 равных частей сохранилось и до нашего времени, причем каждую часть мы называем градусом, что и означает в переводе с латинского «шаг».

Вопросы

1. Какой угол является единицей измерения углов?
2. Чему равен развернутый угол? прямой угол?
3. Какой угол называется острым? тупым?
4. Какое свойство смежных углов вы знаете?



Упражнения

5.48.° Найдите на рисунке 13 и запишите углы:

- | | |
|------------|-----------------|
| 1) острые; | 2) прямые; |
| 3) тупые; | 4) развернутые. |

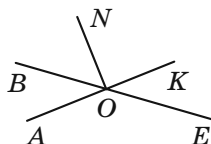


Рис. 13

5.49.° Начертите в тетради и измерьте с помощью транспортира два угла, которые оба:

- | | | |
|------------|-----------|------------|
| 1) острые; | 2) тупые; | 3) прямые. |
|------------|-----------|------------|

5.50.° Изобразите две пересекающиеся прямые.

- 1) Обозначьте буквами и запишите развернутые углы, образованные этими прямыми.
- 2) Измерьте полученные углы и запишите результаты измерения.
- 3) Запишите равные углы.
- 4) Запишите углы, сумма градусных мер которых равна 180° .

5.51.° Пользуясь транспортиром, постройте угол:

- | | |
|------------------|------------------|
| 1) 40° ; | 2) 60° ; |
| 3) 75° ; | 4) 110° ; |
| 5) 135° ; | 6) 170° . |

5.52. Постройте угол $MON = 70^\circ$. Затем постройте угол:

- 1) равный углу MON ;
- 2) больший угла MON на 40° ;
- 3) больший угла MON в 2 раза;
- 4) меньший угла MON на 25° ;
- 5) меньший угла MON в 2 раза.

5.53. Начертите угол FET . Проведите луч EK между сторонами угла FET . Измерьте образовавшиеся углы.

5.54. Начертите треугольник и измерьте его углы. Найдите сумму углов треугольника.

5.55. Постройте угол и укажите его вид:

- 1) ABC , равный 90° ;
- 2) MNP , больший угла ABC на 60° ;
- 3) KLD , меньший угла ABC на 60° .

5.56. На рисунке 14 найдите смежные углы:

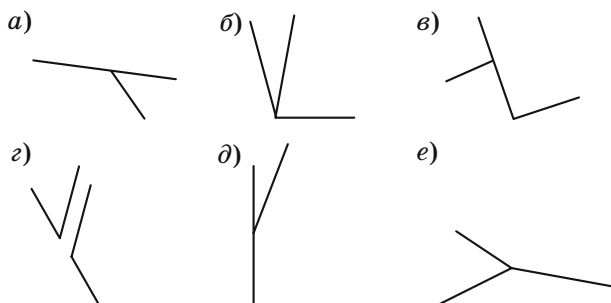


Рис. 14

5.57. Запишите пары смежных углов на рисунке 15.

5.58. На рисунке 16 найдите градусные меры углов $\angle AON$, $\angle NOB$, $\angle MOB$, если $\angle AOM = 70^\circ$.

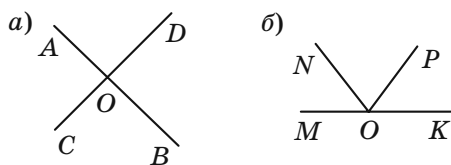


Рис. 15

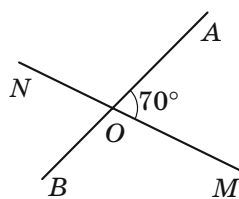


Рис. 16

5.59. Найдите величину угла, смежного с углом, равным:

- | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|
| 1) 35° ; | 2) 96° ; | 3) 143° ; |
| 4) 1° ; | 5) 90° ; | 6) 85° . |

5.60. Установите вид угла, смежного с:

- 1) острым углом;
- 2) тупым углом;
- 3) прямым углом.

5.61. Во сколько раз величина развернутого угла больше, чем угол, равный:

- | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|
| 1) 1° ; | 2) 30° ; | 3) 60° ; |
| 4) 45° ; | 5) 90° ; | 6) 135° ? |

5.62. Развернутый угол разделен на два угла, и один из них на 50° больше другого. Найдите их градусные меры.

5.63. Развернутый угол разделен на два угла так, что один из них на 36° меньше другого. Найдите градусную меру каждого угла.

5.64. Прямой угол разделен на два угла, и один из них в 5 раз меньше другого. Найдите их градусные меры.

5.65. Прямой угол разделен на два угла, и один из них в 8 раз больше другого. Найдите их градусные меры.

5.66. Развернутый угол разделен на три угла, причем первый из них в 3 раза больше второго и в 2 раза меньше третьего. Найдите их градусные меры.

5.67. Начертите четырехугольник, у которого:

- 1) два противоположных угла тупые;
- 2) два соседних угла тупые.

5.5. Общие делители. Взаимно простые числа

Рассмотрим все делители чисел 24 и 60.

Делители числа 24:

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Делители числа 60:

1, 2, 3, 4, 6, 10, 12, 15, 30, 60.

Общие делители чисел 24 и 60 — это числа

1, 2, 3, 4, 6, 12.



Общим делителем двух чисел называется число, на которое делятся оба эти числа.

Число 1 является общим делителем любых двух чисел.

Два числа называются **взаимно простыми**, если у них нет общих делителей, кроме числа 1.

Например, числа 11 и 12 взаимно простые.

Пример 1. Являются ли числа 98 и 135 взаимно простыми?

Решение. Разложим числа 98 и 135 на простые множители:

$$98 = 2 \cdot 7 \cdot 7; \quad 135 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5,$$

так как их разложения не содержат общих делителей, то числа являются взаимно простыми.

Ответ: да.



Разложения двух взаимно простых чисел на простые множители не содержат одинаковых множителей.

Если разложения двух чисел на простые множители не содержат одинаковых множителей, то эти числа взаимно простые.

Любые два простых числа являются взаимно простыми.

Пример 2. Какое наибольшее число одинаковых подарков можно сформировать из 105 конфет «Тузик» и 30 мандаринов? Сколько конфет и сколько мандаринов будет в каждом подарке?

Решение. Так как все подарки должны быть одинаковыми, то каждое из чисел 105 и 30 должно делиться

5.5. Общие делители. Взаимно простые числа

на число подарков. Значит, число подарков является общим делителем чисел 105 и 30. Найдем все общие делители этих чисел.

Делители числа 105:

1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105.

Делители числа 30:

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

Общие делители чисел 105 и 30:

1, 3, 5, 15.

Значит, подарков может быть 1, 3, 5 или 15. Наибольшее число одинаковых подарков — 15. Конфет в каждом подарке $105 : 15 = 7$, а мандаринов — $30 : 15 = 2$.

Ответ: 7 конфет и 2 мандарина.



Общим делителем нескольких чисел называется число, на которое делится каждое из этих чисел.

Найдем, например, общие делители чисел 770, 825 и 880. Разложим эти числа на простые множители:

$$770 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11; \quad 825 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11;$$

$$880 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11.$$

Общие делители чисел 770, 825 и 880:

1, 5, 11, 55.

Вопросы

1. Какое число называется общим делителем двух чисел?
2. Какие два числа называются взаимно простыми?
3. Верно ли, что два простых числа являются взаимно простыми?
- 4.* Верно ли, что натуральные числа n и $n + 1$ взаимно простые?



Упражнения

5.68.° Найдите все делители чисел и их общие делители:

- | | |
|-------------|--------------|
| 1) 40 и 60; | 2) 40 и 120; |
| 3) 60 и 75; | 4) 60 и 120. |

5.69.° Найдите общие делители чисел и определите наибольший из них для каждой пары:

- | | |
|-------------|-------------|
| 1) 1 и 45; | 2) 15 и 45; |
| 3) 45 и 60; | 4) 45 и 90. |

5.70. Найдите общие делители чисел и определите наибольший из них для каждой пары:

- | | |
|-------------|--------------|
| 1) 20 и 30; | 2) 50 и 125; |
| 3) 60 и 90; | 4) 18 и 45. |

5.71.° Найдите общие делители чисел и определите наибольший из них для каждой пары:

- | | |
|-------------|-------------|
| 1) 5 и 35; | 2) 7 и 30; |
| 3) 17 и 65; | 4) 19 и 85. |

5.72. Являются ли взаимно простыми числа:

- | | |
|-------------|-------------|
| 1) 11 и 22; | 2) 11 и 12; |
| 3) 31 и 62; | 4) 31 и 64; |
| 5) 21 и 7; | 6) 15 и 7? |

5.73. Среди чисел 12, 15, 25, 35 и 49 укажите пары взаимно простых чисел.

5.74. Назовите число, которое с данным числом образует пару взаимно простых чисел:

- | | | | |
|--------|--------|---------|----------|
| 1) 29; | 2) 30; | 3) 100; | 4) 1000. |
|--------|--------|---------|----------|

5.5. Общие делители. Взаимно простые числа

5.75. К заданному числу подберите такое число, чтобы получилась пара не взаимно простых чисел:

- 1) 15; 2) 17; 3) 26; 4) 33.

5.76. Найдите делители числа 50. Представьте число 50 в виде произведения двух взаимно простых множителей.

5.77. Найдите делители числа 90. Представьте число 90 в виде произведения двух взаимно простых множителей всеми возможными способами.

5.78. Верно ли, что если одно из двух чисел простое, то эти два числа являются взаимно простыми?

5.79. Найдите общие делители трех натуральных чисел:

- 1) 30, 40, 60; 2) 34, 85, 510;
3) 36, 108, 216; 4) 24, 25, 600.

5.80. Верно ли, что если простое число b не является делителем числа a , то числа a и b взаимно простые?

5.81. Назовите три числа с общими делителями:

- 1) 3 и 4; 2) 3 и 5.

5.82. Выпишите в натуральном ряду первые три числа, кратные 555. Найдите общие делители этих трех чисел.

5.83. Выпишите в натуральном ряду первые пять чисел, кратных 35. Найдите общие делители этих пяти чисел.

5.84. Запишите все трехзначные числа, кратные 110. Найдите общие делители этих чисел.

5.85. Запишите все двузначные числа, для которых число 22 является делителем. Найдите общие делители этих чисел.

5.86.* Произведение четырех последовательных натуральных чисел равно 3024. Найдите эти числа.

5.87.* К двузначному числу приписано число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Может ли образовавшееся число оказаться простым?

5.88. Сколько обезьян в зоопарке, если ежедневно они съедают 85 бананов, 51 яблоко и 34 груши, причем фрукты распределяются между ними поровну?

5.6. Наибольший общий делитель

Общими делителями чисел 24 и 60 являются числа 1, 2, 3, 4, 6, 12. Наибольшим из их общих делителей является число 12. Оно называется *наибольшим общим делителем* чисел 24 и 60. Наибольший общий делитель чисел 24 и 60 обозначается НОД (24; 60).

Наибольшим общим делителем двух натуральных чисел называется наибольшее натуральное число, на которое делится каждое из этих чисел.

Наибольший общий делитель чисел a и b обозначается НОД (a ; b).

НОД (24; 60) мы находили так: выписывали все делители чисел 24 и 60, затем выбирали из них все общие делители и, наконец, из общих делителей выбирали наибольший. А можно находить наибольший общий делитель двух чисел по-другому — разложением на простые множители.

Пример 1. Найти НОД (24; 60).

Решение. Разложим числа 24 и 60 на простые множители и подчеркнем в этих разложениях общие множители:

5.6. Наибольший общий делитель

$$24 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot \underline{3} = 2^3 \cdot 3;$$
$$60 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Выпишем произведение всех подчеркнутых множителей одного из чисел и вычислим его: $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$. Полученное произведение и будет наибольшим общим делителем чисел 24 и 60, т. е. НОД (24; 60) = 12.

Ответ: НОД (24; 60) = 12.

Пример 2. Найти НОД (5390; 3388).

Решение. Разложим числа 5390 и 3388 на простые множители (рис. 17).

a)	5390	2	б)	3388	2
	2695	5		1694	2
	539	7		847	7
	77	7		121	11
	11	11		11	11
	1			1	

Рис. 17

Получим:

$$5390 = \underline{2} \cdot 5 \cdot \underline{7} \cdot 7 \cdot \underline{11} = 2 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11;$$

$$3388 = \underline{2} \cdot 2 \cdot \underline{7} \cdot \underline{11} \cdot 11 = 2^2 \cdot 7 \cdot 11^2;$$

$$\text{НОД (5390; 3388)} = 2 \cdot 7 \cdot 11 = 154.$$

Ответ: НОД (5390; 3388) = 154.



Наибольший общий делитель двух взаимно простых чисел равен 1 (объясните почему). Наибольшим общим делителем нескольких чисел называется наибольшее натуральное число, на которое делится каждое из этих чисел.

Наибольший общий делитель нескольких чисел находится так же, как наибольший общий делитель двух чисел.



Чтобы найти НОД нескольких чисел, можно:

- 1) разложить эти числа на простые множители;
- 2) подчеркнуть в этих разложениях все общие множители;
- 3) выписать произведение всех подчеркнутых множителей одного из чисел;
- 4) вычислить это произведение.

Пример 3. Найти НОД (5390; 3388; 210).

Решение. Разложим данные числа на простые множители (см. пример 2):

$$5390 = \underline{2} \cdot 5 \cdot \underline{7} \cdot 7 \cdot 11;$$

$$3388 = \underline{2} \cdot 2 \cdot \underline{7} \cdot 11 \cdot 11;$$

$$210 = \underline{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot \underline{7}.$$

$$\text{НОД} (5390; 3388; 210) = 2 \cdot 7 = 14.$$

Ответ: НОД (5390; 3388; 210) = 14.

Вопросы

1. Какое число называется наибольшим общим делителем двух чисел? нескольких чисел?
2. Чему равен наибольший общий делитель взаимно простых чисел?
3. Как найти НОД двух (нескольких) чисел?



Упражнения

5.89.° Известны разложения трех чисел на простые множители: $a = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 31$; $b = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13$; $c = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^4 \cdot 11 \cdot 13$. Найдите:

5.6. Наибольший общий делитель

- | | |
|-----------------------|-----------------------------|
| 1) НОД (a ; b); | 2) НОД (a ; c); |
| 3) НОД (b ; c); | 4) НОД (a ; b ; c). |

5.90.° Найдите:

- 1) делители числа 48 и делители числа 72;
- 2) общие делители чисел 48 и 72;
- 3) наибольший общий делитель чисел 48 и 72.

5.91.° Найдите наибольший общий делитель чисел:

- | | |
|--------------|--------------|
| 1) 12 и 60; | 2) 20 и 160; |
| 3) 25 и 125; | 4) 32 и 64. |

5.92. Найдите делители чисел 25, 81, 100, 120 и:

- | | |
|-------------------|--------------------|
| 1) НОД (25; 120); | 2) НОД (25; 81); |
| 3) НОД (25; 100); | 4) НОД (81; 100); |
| 5) НОД (81; 120); | 6) НОД (100; 120). |

5.93. Разложите на простые множители числа 1540, 1575, 6075. Найдите:

- | | |
|----------------------|----------------------------|
| 1) НОД (1540; 1575); | 2) НОД (1575; 6075); |
| 3) НОД (1540; 6075); | 4) НОД (1540; 1575; 6075). |

5.94. Найдите:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) НОД (98; 154); | 2) НОД (144; 252); |
| 3) НОД (352; 189); | 4) НОД (225; 196); |
| 5) НОД (576; 864); | 6) НОД (324; 432). |

5.95. Найдите:

- | | |
|----------------------|-------------------------|
| 1) НОД (30; 60; 90); | 2) НОД (10; 100; 1000); |
| 3) НОД (1; 25; 100); | 4) НОД (11; 12; 15). |

5.96. Укажите два таких натуральных числа, наибольший общий делитель которых равен:

- | | | |
|--------|--------|---------|
| 1) 1; | 2) 2; | 3) 3; |
| 4) 10; | 5) 18; | 6) 100. |

5.97. Укажите три таких натуральных числа, наибольший общий делитель которых равен:

- 1) 1; 2) 2; 3) 5;
4) 8; 5) 25; 6) 1000.

5.98. Найдите наибольший общий делитель всех двузначных чисел, составленных из цифр 4 и 8.

5.99. Найдите наибольший общий делитель всех двузначных чисел, составленных из цифр 3 и 6 без повторения одинаковых цифр в одном числе.

5.100.* Из цифр 0, 2, 4 составили все возможные трехзначные числа так, что каждая цифра встречается в записи числа только один раз. Найдите наибольший общий делитель этих чисел.

5.101. Известно, что $\text{НОД}(a; b) = 12$. Какие общие делители имеют числа a и b ?

5.102.* Известно, что $\text{НОД}(a; b) = 100$, $\text{НОД}(a; c) = 25$. Найдите $\text{НОД}(a; b; c)$.

5.103.* Известно, что $\text{НОД}(a; b) = 100$, $\text{НОД}(b; c) = 100$. Найдите $\text{НОД}(a; b; c)$.

5.104. 1) Укажите такие числа a и b , чтобы

$$\text{НОД}(a; b) = 39.$$

2) Укажите такие три числа a , b , c , чтобы

$$\text{НОД}(a; b; c) = 13.$$

3) Укажите такие пять чисел a , b , c , d и h , чтобы

$$\text{НОД}(a; b; c; d; h) = 17.$$

5.105.* Найдите НОД (a ; b), если:

- 1) число a делится на число b ;
- 2) число a кратно числу b ;
- 3) числа a и b взаимно простые.

5.106.* Может ли наибольший общий делитель двух натуральных чисел:

- 1) быть больше одного из этих чисел;
- 2) равняться одному из этих чисел;
- 3) равняться большему из чисел;
- 4) равняться меньшему из чисел;
- 5) быть меньше каждого из этих чисел?

Ответы объясните и подтвердите примерами.

5.107. На фабрике елочных игрушек изготовили шары одного размера: 3500 золотистых и 4050 серебристых. Какое наименьшее количество коробок надо изготовить для их упаковки, чтобы в каждую коробку можно было уложить одно и то же число шаров одного цвета?

5.108. Юннаты вырастили 34 куста роз, 85 кустов георгинов и 170 кустов астр. Какое наибольшее число одинаковых клумб можно оформить из этих цветов, чтобы каждого вида цветов на каждой клумбе было поровну?

5.109. Для новогодних подарков купили 50 апельсинов, 175 грецких орехов, 1250 конфет и 75 шоколадок. Какое наибольшее число одинаковых подарков можно сформировать из этих продуктов? Каким будет состав каждого такого подарка?

5.110. Для рождественских композиций было заготовлено 90 шишек, 180 хвойных веточек, 18 причудли-

вых корней и 72 елочные игрушки. Какое наибольшее число одинаковых композиций можно изготовить из этих предметов?

5.111.* Сумма двух натуральных чисел равна 252. Какое наибольшее значение может иметь НОД этих чисел?

5.7. Наименьшее общее кратное

Выпишем ряд кратных числа 6 и ряд кратных числа 8:

6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, ...
8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 72, 80, 88, 96, ...

В них подчеркнуты несколько чисел, которые встречаются в каждом из этих рядов: 24, 48, 72, Эти числа называются *общими кратными* чисел 6 и 8.

Общим кратным двух чисел называется число, которое делится на оба эти числа.

Среди общих кратных чисел 6 и 8 есть наименьшее — это число 24. Оно называется наименьшим общим кратным чисел 6 и 8 и обозначается НОК (6; 8).



Наименьшим общим кратным двух натуральных чисел называется наименьшее натуральное число, которое делится на каждое из этих чисел.

Наименьшее общее кратное чисел a и b обозначается НОК (a ; b).

Наименьшее общее кратное двух чисел так же, как и наибольший общий делитель, можно находить с помощью разложения на простые множители.

Пример 1. Найти НОК (24; 180).

Решение. Разложим 24 и 180 на простые множители:

$$\begin{aligned}24 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3; \\180 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.\end{aligned}$$

Число НОК (24; 180), которое мы ищем, должно делиться и на 24, и на 180. Поэтому выпишем разложение на простые множители числа 24:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3.$$

Дополним это разложение недостающими множителями из разложения на простые множители числа 180, т. е. числами 3 и 5:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

Вычислим это произведение:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 360.$$

Это и будет НОК (24; 180).

Ответ: НОК (24; 180) = 360.



Общим кратным нескольких чисел называется число, которое делится на каждое из этих чисел.

Наименьшим общим кратным нескольких чисел называется наименьшее натуральное число, которое делится на каждое из этих чисел.

Наименьшее общее кратное нескольких чисел находится так же, как наименьшее общее кратное двух чисел.

Пример 2. Найти НОК (21; 24; 180).

Решение. Разложим 21 на простые множители: $21 = 3 \cdot 7$. Чтобы найти НОК (21; 24; 180), надо НОК (24; 180) (см. пример 1) умножить на 7 (поясните почему), т. е. $360 \cdot 7 = 2520$.

Ответ: НОК (21; 24; 180) = 2520.



Чтобы найти НОК нескольких чисел, можно:

- 1) разложить эти числа на простые множители;*
- 2) выписать разложение одного из чисел;*
- 3) дополнить его недостающими множителями из разложений других чисел;*
- 4) вычислить полученное произведение.*

Наименьшее общее кратное двух взаимно простых чисел равно их произведению, так как разложение этих чисел на простые множители не содержит одинаковых множителей, поскольку у них нет общих делителей.

Например, $\text{НОК} (8; 15) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$.

Пример 3. Один рейс автобуса № 1 длится 48 мин, а автобуса № 2 — 56 мин. Автобусы выехали со станции в 8 ч. Когда они встретятся там в следующий раз?

Решение. Время, за которое автобус № 1 делает несколько рейсов, кратно 48 мин, а время, за которое автобус № 2 делает несколько рейсов, кратно 56 мин. Чтобы автобусы встретились на станции, время, которое они находятся в пути, должно быть кратно и 48 мин, и 56 мин, т. е. это время должно быть общим кратным чисел 48 и 56. А время до ближайшей встречи должно быть наименьшим общим кратным этих

5.7. Наименьшее общее кратное

чисел: НОК (48; 56) = 336 (мин). Значит, автобусы встретятся через 336 мин, т. е. через 5 ч 36 мин. Соответственно, находим время встречи:

$$8 \text{ ч} + 5 \text{ ч } 36 \text{ мин} = 13 \text{ ч } 36 \text{ мин.}$$

Ответ: автобусы встретятся в 13 ч 36 мин.

Вопросы

1. Какое число называется общим кратным двух чисел?
2. Какое число называется наименьшим общим кратным двух чисел?
3. Как найти наименьшее общее кратное двух чисел?
4. Чему равно НОК (a ; b), если a делится на b ?
5. Почему 0 не является наименьшим общим кратным никаких двух натуральных чисел?
6. Есть ли у двух натуральных чисел наибольшее общее кратное?



Упражнения

5.112.° Выпишите ряд чисел, кратных числу 10, и ряд чисел, кратных числу 12. Подчеркните общие кратные чисел 10 и 12. Укажите наименьшее общее кратное этих чисел.

5.113.° Выпишите ряд чисел, кратных числу 15, ряд чисел, кратных числу 18, и ряд чисел, кратных числу 9. Найдите:

- | | |
|------------------|---------------------|
| 1) НОК (15; 18); | 2) НОК (9; 18); |
| 3) НОК (9; 15); | 4) НОК (9; 15; 18). |

5.114.° Среди чисел 12, 15, 30, 45, 60, 120, 180 найдите:

- 1) общие кратные чисел 12 и 15;
- 2) НОК (12; 15);
- 3) общие кратные чисел 15 и 60;
- 4) НОК (15; 60).

5.115. Известно разложение трех чисел на простые множители: $a = 2 \cdot 5 \cdot 7$; $b = 2 \cdot 2 \cdot 3$; $c = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$. Найдите:

- | | |
|-----------------------|-----------------------------|
| 1) НОК (a ; b); | 2) НОК (a ; c); |
| 3) НОК (b ; c); | 4) НОК (a ; b ; c). |

5.116.° Найдите наименьшее общее кратное чисел:

- | | |
|-------------|--------------|
| 1) 12 и 24; | 2) 15 и 45; |
| 3) 16 и 32; | 4) 30 и 60; |
| 5) 5 и 105; | 6) 10 и 100. |

5.117.° Найдите наименьшее общее кратное чисел:

- | | |
|---------------|---------------|
| 1) 52 и 39; | 2) 68 и 85; |
| 3) 96 и 72; | 4) 144 и 108; |
| 5) 102 и 153; | 6) 156 и 117. |

5.118. Найдите:

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| 1) НОК (10; 20; 30); | 2) НОК (1; 8; 48); |
| 3) НОК (25; 75; 150); | 4) НОК (32; 48; 80). |

5.119. Найдите какие-нибудь два натуральных числа, наименьшее общее кратное которых равно:

- | | | |
|--------|--------|----------|
| 1) 2; | 2) 8; | 3) 35; |
| 4) 48; | 5) 99; | 6) 1000. |

5.120. Найдите какие-нибудь три натуральных числа, наименьшее общее кратное которых равно:

- | | | |
|--------|--------|---------|
| 1) 12; | 2) 20; | 3) 40; |
| 4) 56; | 5) 80; | 6) 100. |

5.121. Найдите наименьшее общее кратное всех двузначных натуральных чисел, кратных 20.

5.122. Найдите наименьшее общее кратное однозначных составных чисел.

5.123. Найдите наименьшее общее кратное наименьшего трехзначного и наибольшего двузначного чисел.

5.124. Найдите наименьшее общее кратное натуральных двузначных чисел, составленных из цифр 1 и 2 без повторения одинаковых цифр в числе.

5.125.* Найдите НОК (a ; b), если:

- 1) число a кратно числу b ;
- 2) число a является делителем числа b ;
- 3) числа a и b взаимно простые.

5.126.* Может ли наименьшее общее кратное двух натуральных чисел быть:

- 1) меньше одного из этих чисел;
- 2) больше каждого из этих чисел;
- 3) равным большему из этих чисел;
- 4) равным меньшему из этих чисел?

Ответы объясните и подтвердите примерами.

5.127.* Найдите НОК (a ; b ; c), если НОК (a ; b) = 60, НОК (b ; c) = 120.

5.128.* Найдите НОК (a ; b ; c), если НОК (a ; b) = 150, НОК (a ; c) = 150.

5.129.* Известно, что из четырех чисел три являются делителями четвертого. Чему равно наименьшее общее кратное этих четырех чисел?

5.130.* Число m кратно числу 28. Найдите: а) наибольший общий делитель; б) наименьшее общее кратное этих чисел.

5.131.* Число m является делителем числа 28. Найдите: а) наибольший общий делитель; б) наименьшее общее кратное этих чисел.

5.132.* Можно ли подобрать три различных однозначных числа так, чтобы одно из них было наименьшим общим кратным двух других?

5.133. Можно ли найти три различных однозначных числа, отличных от 1, так, чтобы наименьшее общее кратное этих чисел было однозначным числом?

5.134. Найдите: НОД и НОК чисел:

1) 7 и 11;

2) 40 и 80;

3) 75 и 100;

4) 120 и 336.

5.135.* Три автобуса отправляются в 8 ч утра с автостанции в разные населенные пункты. По расписанию время отправления у первого автобуса каждые 3 ч, у второго — каждые 4 ч, у третьего — каждые 6 ч. Определите, в котором часу автобусы вновь отправятся от автостанции одновременно.

5.136.* Во время тренировки четыре бегуна стартовали одновременно. Первый пробегает круг по стадиону за 75 с, второй — за 80 с, третий — за 100 с, четвертый — за 120 с. Определите время, через которое бегуны вновь одновременно окажутся на линии старта. Сколько кругов за это время пробежит по стадиону каждый бегун?

5.137.* В классе по списку 24 человека. Может ли быть так, что каждый второй в списке родился в четный день, а каждый третий — в нечетный?

5.8. Перпендикулярные прямые

Напомним: если две прямые проходят через одну точку, то говорят, что они **пересекаются в этой точке**.

Прямые AB и CD пересекаются в точке K (рис. 18). Эти прямые называются **пересекающимися**, а точка K — **точкой пересечения** прямых AB и CD .

Две пересекающиеся прямые делят плоскость на четыре угла (рис. 19). У этих углов общая вершина — точка пересечения прямых.

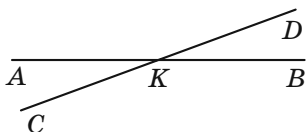


Рис. 18

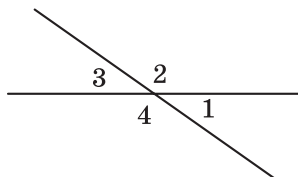


Рис. 19

Две прямые, которые образуют при пересечении прямые углы, называются **перпендикулярными**.

Это название произошло от латинского слова *perpendicularis*, что означает «отвесный».

Прямые AB и CD на рисунке 20 перпендикулярны. Говорят еще, что **прямая AB перпендикулярна прямой CD** . Это записывают так: $AB \perp CD$.

Любые два луча, два отрезка, луч и отрезок, лежащие на перпендикулярных прямых, также называют перпендикулярными.

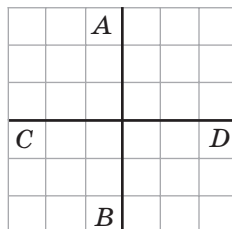


Рис. 20

На рисунке 21 изображены:

- перпендикулярные отрезки (а);
- отрезок, перпендикулярный лучу, а можно сказать — луч, перпендикулярный отрезку (б);
- отрезок, перпендикулярный прямой, а можно сказать — прямая, перпендикулярная отрезку (в).

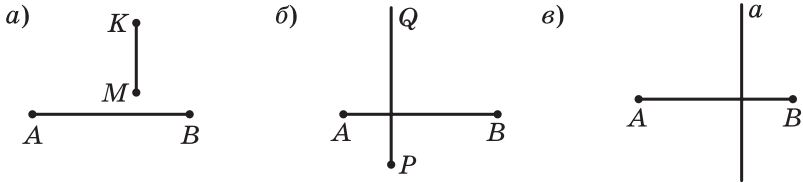


Рис. 21

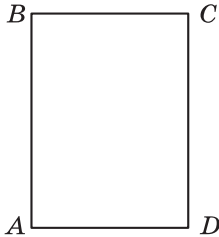


Рис. 22

Стороны прямоугольника AB и AD на рисунке 22 перпендикулярны.

Перпендикулярные прямые можно изобразить, используя угольник (рис. 23, а) или транспортир (рис. 23, б).

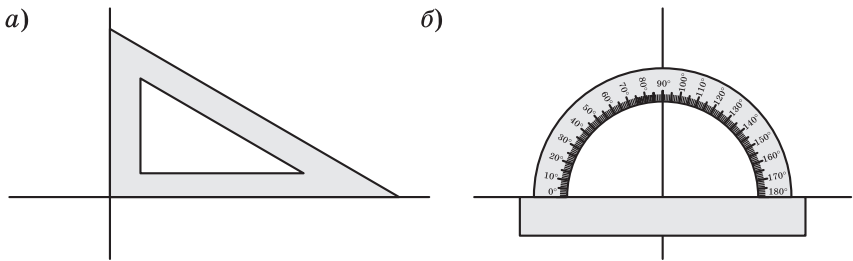


Рис. 23

Вопросы

1. Когда говорят, что две прямые пересекаются?
2. Какие прямые называются перпендикулярными?
3. Какие отрезки называются перпендикулярными?
4. Когда говорят, что луч и отрезок перпендикулярны?
5. Какие инструменты можно использовать для изображения перпендикулярных прямых?



Упражнения

Выполните задания 5.138—5.145, используя при необходимости угольник или транспортир.

5.138.° Прямые a , b и l попарно пересекаются (рис. 24). Найдите на рисунке перпендикулярные прямые и назовите точку их пересечения.



Рис. 24

5.139.° На рисунке 25 изображены прямые a , b , d , k и h .

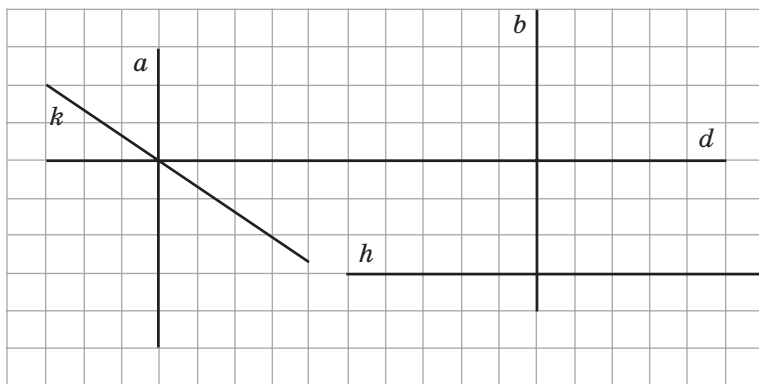


Рис. 25

Верно ли, что прямая a перпендикулярна каждой из прямых:

- 1) $d; h; k$; 2) $b; d; k$; 3) $d; h$?

5.140.° Найдите на рисунке 25 все прямые, перпендикулярные прямой b . Выполните соответствующие записи.

5.141.° Прямые FD , AB и HG пересекаются (рис. 26).

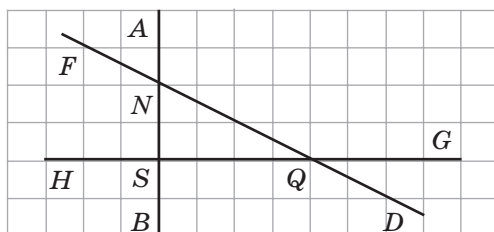


Рис. 26

Найдите и назовите:

- 1) точку пересечения перпендикулярных прямых;
- 2) углы, образованные при пересечении перпендикулярных прямых.

5.142.° На рисунке 27 изображены прямые f , g , t и l . Найдите среди них перпендикулярные прямые. Выполните соответствующие записи.

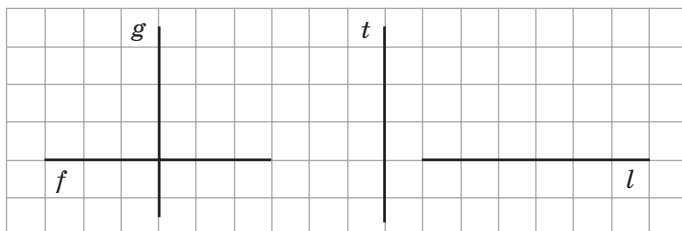


Рис. 27

5.143.° Установите, верно ли, что на рисунке 28:

- 1) отрезок FD перпендикулярен прямой SQ ;
- 2) прямая RN перпендикулярна лучу OB ;
- 3) прямая QS перпендикулярна лучу OB ;
- 4) прямая RN перпендикулярна отрезку FD ;
- 5) отрезок FD перпендикулярен лучу OB ;
- 6) прямая RN перпендикулярна прямой SQ .

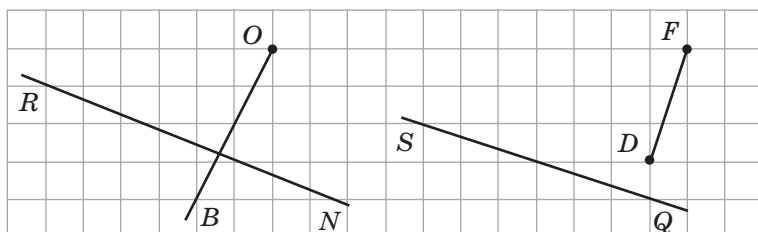


Рис. 28

5.144.° Перпендикулярные прямые AC и MK пересекаются в точке O (рис. 29). На них отмечены точки F , G , N и R .

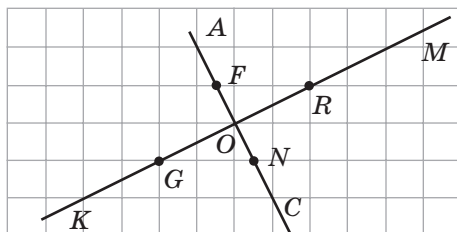


Рис. 29

Найдите на рисунке:

- 1) перпендикулярные отрезки;
- 2) перпендикулярные лучи;
- 3) отрезки, перпендикулярные лучу FC ;
- 4) лучи, перпендикулярные отрезку FN .

Выполните соответствующие записи.

5.145. Изобразите две перпендикулярные прямые. Внутри каждого из образовавшихся на рисунке углов из точки пересечения прямых проведите луч под углом 45° к одной из них. Измерьте углы, образованные соседними лучами.

5.146. Сторона DC прямоугольника $ABCD$ перпендикулярна стороне MG прямоугольника $MNFG$ (рис. 30).

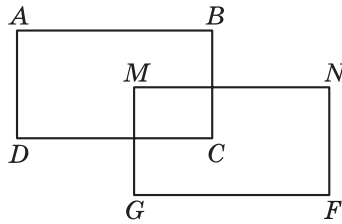


Рис. 30

Укажите все отрезки, перпендикулярные стороне:

- 1) BC прямоугольника $ABCD$;
- 2) AB прямоугольника $ABCD$;
- 3) MN прямоугольника $MNFG$;
- 4) NF прямоугольника $MNFG$.

5.147. Постройте квадрат $МКРТ$ и проведите в нем отрезки MP и $КТ$. Укажите отрезки, перпендикулярные отрезку:

- 1) MT ;
- 2) KP ;
- 3) $КТ$;
- 4) MP .

5.148. На рисунке 31 изображен квадрат $ABCD$. Прямые KP и MT , проходящие через середины сторон квадрата, пересекаются в точке F .

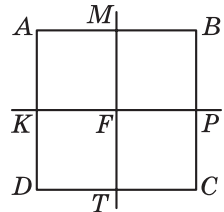


Рис. 31

- 1) Укажите стороны квадрата, перпендикулярные: а) прямой KP ;
б) прямой MT .
- 2) Укажите лучи, перпендикулярные отрезку KP .

5.149. Изобразите прямую KP и отметьте на рисунке две точки: точку C , лежащую на прямой KP , и точку R , не лежащую на ней. Через каждую из точек C и R проведите прямую, перпендикулярную прямой KP .

5.150. Изобразите треугольник ABC . Через каждую вершину треугольника проведите прямую, перпендикулярную противоположной стороне.

5.151. Изобразите треугольник NRS . Из вершины R проведите прямую, перпендикулярную противоположной стороне. Сколько прямоугольных треугольников получилось на чертеже? Назовите их и выполните соответствующие записи.

5.152. Постройте незамкнутую четырехзвенную ломаную так, чтобы все ее соседние звенья были перпендикулярны.

5.153. Через точку M — середину отрезка AB (рис. 32) проведена прямая a , перпендикулярная AB . На прямой a отмечена точка P так, что длина отрезка PM равна половине длины отрезка AB . Точка P соединена отрезками с концами A и B .

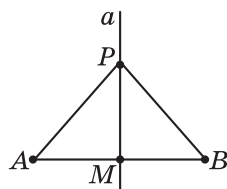


Рис. 32

Измерьте углы треугольника:

- 1) APB ; 2) APM ; 3) PMB .

5.154.* Легкоатлетическую и теннисную секции посещают 15 учеников 5 класса. Легкоатлетическую секцию посещают 10 человек, теннисную — 8 человек. Сколько человек посещают:

- 1) только легкоатлетическую секцию;
2) только теннисную секцию?

5.155.* В 5 классе лингвистической гимназии 24 ученика. Из них половина посещает дополнительные занятия по французскому языку, треть — по испанскому языку, а четверть — и те и другие. Сколько учеников класса не посещают дополнительных занятий ни по французскому, ни по испанскому языку?

5.9. Формулы

Рассмотрим три примера использования выражений с переменными.

1. Чтобы найти площадь S прямоугольника, нужно его длину a умножить на ширину b .

Используя выражения с переменными и знак «=», это правило мы записываем так:

$$S = a \cdot b$$

2. Чтобы найти пройденный путь s , нужно скорость движения v умножить на время движения t .

Используя выражения с переменными и знак «=», это правило мы записываем так:

$$s = v \cdot t$$

3. Переместительный закон сложения — от перестановки слагаемых сумма не меняется.

Используя выражения с переменными и знак «=», этот закон мы записываем так:

$$a + b = b + a$$

Каждое из приведенных трех равенств — это запись некоторого правила, закона или свойства с помощью выражений с переменными. Такие равенства называются **формулами**.

Вопросы

1. Запишите формулами:
 - а) переместительный и сочетательный законы сложения и умножения;
 - б) распределительный закон умножения относительно сложения и относительно вычитания.
2. Запишите известные вам формулы для вычисления площадей и объемов геометрических фигур.



Упражнения

5.156.° Запишите формулу для вычисления периметра P прямоугольника с измерениями a и b (рис. 33).

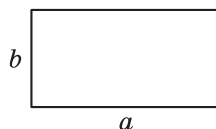


Рис. 33

1) Вычислите по этой формуле периметр P прямоугольника, если:

- а) $a = 8$ см, $b = 5$ см;
- б) $a = 42$ см, $b = 3$ дм 4 см.

2) Вычислите длину стороны a прямоугольника, если:

- а) $P = 14$ м, $b = 3$ м;
- б) $P = 7$ м 2 дм, $b = 80$ см.

5.157.° Запишите формулу для вычисления площади S прямоугольника с длинами сторон a и b .

1) Вычислите площадь S прямоугольника, если:

- а) $a = 12$ дм, $b = 3$ дм;
- б) $a = 37$ см, $b = 1$ дм 1 см.

2) Вычислите длину стороны a прямоугольника, если:

- а) $S = 28$ м², а $b = 7$ м;
- б) $S = 54$ дм², а $b = 60$ см.

5.158.° Запишите формулу для вычисления периметра P квадрата с длиной стороны a (рис. 34).



a

1) Вычислите периметр P квадрата, если:

а) $a = 12$ см;

б) $a = 2$ дм 7 см.

Рис. 34

2) Вычислите длину стороны квадрата, если:

а) $P = 124$ м;

б) $P = 36$ м 8 см.

5.159.° Запишите формулу для вычисления площади S квадрата с длиной стороны a . Используя таблицу квадратов натуральных чисел, вычислите:

1) площадь S , если:

а) $a = 85$ см;

б) $a = 4$ м 1 дм;

в) $a = 39$ мм;

2) длину стороны a , если:

а) $S = 100$ см²;

б) $S = 3249$ м²;

в) $S = 8$ м² 41 дм².

5.160. Объем V куба вычисляется по формуле $V = a^3$, где a — длина ребра куба (рис. 35). Используя таблицу кубов натуральных чисел, вычислите:

1) объем V куба, если:

а) $a = 4$ см;

б) $a = 6$ дм;

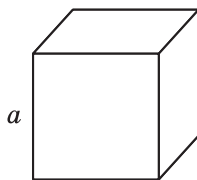
в) $a = 8$ м;

2) длину ребра a куба, если:

а) $V = 27$ м³;

б) $V = 343$ см³;

в) $V = 729$ дм³.



a

Рис. 35

5.161. Объем V прямоугольного параллелепипеда вычисляется по формуле $V = a \cdot b \cdot c$, если его измерения a , b , c (рис. 36).

1) Вычислите объем V , если:

а) $a = 7$ см, $b = 4$ см, $c = 5$ см;

б) $a = 2$ м, $b = 30$ дм, $c = 400$ см.

2) Найдите длину ребра a , если:

а) $V = 64$ см³, $b = 8$ см, $c = 2$ см;

б) $V = 144$ дм³, $b = 30$ см, $c = 8$ дм.

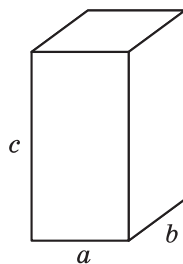


Рис. 36

5.162. Найдите, используя формулу $s = v \cdot t$, путь s , пройденный со скоростью v за время t , если:

1) $v = 48 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, $t = 4$ ч;

2) $v = 105 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, $t = 6$ ч;

3) $v = 12 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$, $t = 9$ мин;

4) $v = 72 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$, $t = 7$ мин.

5.163. Найдите, используя формулу $s = v \cdot t$, скорость v , если:

1) $s = 126$ км, $t = 3$ ч;

2) $s = 720$ км, $t = 9$ ч;

3) $s = 132$ м, $t = 12$ мин;

4) $s = 84$ м, $t = 4$ мин.

5.164. Найдите, используя формулу $s = v \cdot t$, значение t , если:

1) $s = 2838$ км, $v = 86 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$;

2) $s = 450$ км, $v = 50 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$;

3) $s = 76$ м, $v = 19 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$;

4) $s = 90$ м, $v = 5 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$.

5.165.* Для подсчета числа очков в спортивных соревнованиях использовалась следующая система: за выигрыш давали 2 очка, за ничью — 1 очко, за проигрыш — 0 очков. Составьте формулу для подсчета числа очков R за выступление команды, обозначив число выигрышей — m , ничьих — n , проигрышей — p . Сколько очков набрала команда, если:

- 1) $m = 5$, $n = 4$, $p = 0$; 2) $m = 9$, $n = 0$, $p = 1$;
 3) $m = 2$, $n = 3$, $p = 5$; 4) $m = 4$, $n = 1$, $p = 6$?

5.166. Пользуясь формулой деления числа a на b с остатком $a = b \cdot c + r$, где $r < b$, найдите:

- 1) делимое, если $b = 8$, $c = 5$, $r = 3$;
 2) делитель, если $a = 96$, $c = 19$, $r = 1$;
 3) частное, если $a = 193$, $b = 19$, $r = 3$;
 4) остаток, если $a = 207$, $b = 16$, $c = 12$.

5.167.* Норма высева семян газонных трав 10 г на 1 м². Составьте формулу для вычисления массы семян, нужной для посева, обозначив: P — массу семян в килограммах, K — норму высева семян на 1 га в килограммах, S — площадь засеваемого участка в гектарах. Используя формулу, найдите массу семян для посадки газона на участке площадью:

- 1) 6 га; 2) 4 га; 3) 7 а; 4) 10 а.

5.168.* Пусть v — собственная скорость лодки, v_1 — скорость лодки по течению, v_2 — скорость лодки против течения. Составьте формулу для нахождения собственной скорости лодки и вычислите по ней:

- 1) v , если $v_1 = 32 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, $v_2 = 26 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$;

5.10. Задачи на сближение и удаление

2) v_1 , если $v = 43 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, $v_2 = 38 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$;

3) v_2 , если $v = 37 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, $v_1 = 39 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

5.169. Составьте формулу для вычисления массы товара с упаковкой, если B — масса товара с упаковкой (брутто), T — масса упаковки, а N — масса товара без упаковки (нетто). Пользуясь этой формулой, заполните таблицу:

N	500 г	650 г	790 г	
T	150 г			70 г
B		720 г	830 г	1210 г

5.10. Задачи на сближение и удаление

Пример 1. Из школы одновременно вышли Маша и Коля и направились в противоположные стороны. Маша шла со скоростью $65 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$, Коля — $75 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$. Какое расстояние будет между ними через 4 мин?

Решение. Сделаем схематический рисунок условия (рис. 37).



Рис. 37

Расстояние, которое за 4 мин прошла Маша, равно $65 \cdot 4 = 260$ (м), а расстояние, которое за 4 мин прошел Коля, равно $75 \cdot 4 = 300$ (м).

Значит, расстояние, которое будет между ними через 4 мин, равно $260 + 300 = 560$ (м).

Эту задачу можно решать по-другому.

За 1 мин Маша и Коля удаляются друг от друга на расстояние

$$65 + 75 = 140 \text{ (м)}.$$

Говорят, что *скорость удаления* равна $140 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$.

Понятно, что если за одну минуту они удаляются друг от друга на 140 м, то за 4 мин Маша и Коля удаляются на расстояние $140 \cdot 4 = 560 \text{ (м)}$.

Ответ: 560 м.

Пример 2. Из Рогачева в Жлобин, расстояние между которыми 21 км, вышел пешеход со скоростью $4 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Одновременно из Жлобина в Рогачев вышел пешеход со скоростью $3 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Через какое время они встретятся?

Решение. Сделаем схематический рисунок условия (рис. 38).



Рис. 38

За 1 ч пешеходы сближаются друг с другом на расстояние

$$4 + 3 = 7 \text{ (км)}.$$

Говорят, что *скорость сближения* равна $7 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

Понятно, что если расстояние между пешеходами 21 км, а за час они сближаются на 7 км, то встретятся пешеходы через $21 : 7 = 3 \text{ (ч)}$.

Ответ: 3 ч.

Пример 3. Лиса увидела зайца, который находился в 150 м от нее, и бросилась догонять его (рис. 39).

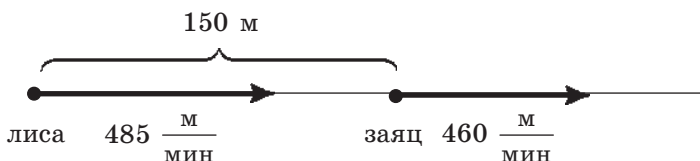


Рис. 39

Через какое время лиса настигнет зайца, если скорость лисы $485 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$, скорость зайца — $460 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$?

Решение. Скорость сближения лисы и зайца равна

$$485 - 460 = 25 \left(\frac{\text{м}}{\text{мин}} \right).$$

Так как расстояние между лисой и зайцем сокращается на 25 м в минуту, то для сближения на 150 м требуется $150 : 25 = 6$ (мин).

Ответ: 6 мин.

Вопросы

1. Два пешехода движутся по одной и той же дороге со скоростями $a \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ и $b \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ (a больше b). В каком направлении они движутся по отношению друг к другу, если скорость $\left(v \frac{\text{км}}{\text{ч}} \right)$ их сближения равна: а) $a + b$; б) $a - b$?
2. Через какое время встретятся пешеходы (см. вопрос 1), если до начала движения расстояние между ними было s км?
3. Чему равно расстояние между пешеходами до начала движения (см. вопрос 1), если они встретились через t часов?



Упражнения

5.170.° Из двух пунктов одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Скорость одного из них $13 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а скорость другого $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Через какое время велосипедисты встретятся, если расстояние между пунктами 84 км?

5.171. Из двух поселков *A* и *B* выехали одновременно навстречу друг другу два мотоциклиста и встретились через 3 ч. Один ехал со скоростью $65 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, второй — $72 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Найдите расстояние между поселками.

5.172. Из портов, расстояние между которыми 396 км, одновременно навстречу друг другу вышли пассажирский и грузовой теплоходы. Скорость грузового теплохода $18 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, и это на $8 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ меньше, чем скорость пассажирского. Какое расстояние прошел каждый теплоход до встречи?

5.173.° Два автомобиля одновременно выехали со стоянки в одном направлении со скоростями $60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ и $75 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Определите:

- 1) расстояние между ними через 2 ч;
- 2) через какое время между ними будет 90 км.

5.174. Два автомобиля одновременно выехали со стоянки в противоположных направлениях со скоростями $80 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ и $95 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Определите:

- 1) расстояние между ними через 2 ч;
- 2) через какое время между ними будет 1050 км.

5.175.° Расстояние между селами вдоль одной дороги 20 км. По этой дороге из обоих сел выехали одновременно в одном направлении два велосипедиста. Скорость первого $10 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а второго, движущегося вслед за ним, $15 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Через какое время после начала движения второй велосипедист:

- 1) догонит первого;
- 2) обгонит первого на 5 км?

5.176.° Расстояние между двумя мотоциклистами равно 220 км. Они одновременно начали двигаться навстречу друг другу. Скорость одного мотоциклиста $30 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, и она в 2 раза меньше скорости другого. Через какое время расстояние между ними будет равным 40 км?

5.177. Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 600 км, и через 5 ч встретились. Определите их скорости, если один ехал на $16 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ медленнее другого.

5.178.* Из пункта А вышла грузовая машина со скоростью $35 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а через 5 ч вслед за ней вышла легковая машина со скоростью $55 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ и прибыла в пункт В на 3 ч раньше грузовой. Найдите расстояние АВ.



Задачи на повторение

5.179. Выполните действия:

- 1) $118 \cdot 2643 - 2381 \cdot 47$;
- 2) $411\ 083 - 622\ 166 \cdot 10 : 20$;
- 3) $870\ 153 : (35\ 162 - 34\ 895) + 183 \cdot 4721$;
- 4) $(901\ 091 - 292\ 061) : 603 + 203 \cdot 1121$.

5.180. Найдите значение выражения:

- 1) $9^2 - (9^2 : 3^3 \cdot 4^2 + 5^2)$;
- 2) $((2^2 \cdot 9^2 - 15^2) : 3^2)^2$;
- 3) $11^2 - (11 \cdot 12 : 2^2 - 3^2)$;
- 4) $(3 + 3^2 + 3^3) \cdot 4^2 - (2 + 2^2 + 2^3) \cdot 5^2$.

5.181. Расставьте скобки таким образом, чтобы равенство было верным:

- 1) $14 \cdot 2 - 7 : 7 = 3$;
- 2) $6 \cdot 2 + 4 - 5 \cdot 1 + 5 = 6$.

5.182. Найдите значение выражения:

- 1) $250 : 50 + 100 : m + m \cdot 4$ при $m = 20$;
- 2) $49 : b + b \cdot 2 - b : 7 + 13 \cdot (b - 6)$ при $b = 7$;
- 3) $(3 \cdot n - 4) \cdot n - 1$ при $n = 6$;
- 4) $14 \cdot 5 - (125 : p - p : 25)$ при $p = 25$.

5.183. Раскройте скобки:

- 1) $4 \cdot (a + b) - 4 \cdot (b - a)$;
- 2) $2 \cdot (4m + 3n) - 5 \cdot (m + n)$;
- 3) $5 \cdot (c + 2k + t) - (k + t)$;
- 4) $7 \cdot (a - 2b + c) - 2 \cdot (3b - 2a)$.

5.184. Решите уравнение:

- 1) $x + 2 \cdot x = 1818$;
- 2) $4 \cdot x - 3 \cdot x = 7272 : 72$;
- 3) $2 \cdot x + 4 \cdot x = 1001 \cdot 24$;
- 4) $9 \cdot x - 2 \cdot x + 200 = 52\ 704 : 9$.

5.185. Дети отправились на паровозике из Ромашкино в Ландышево (рис. 40). В пути они сделали остановку на Земляничной поляне.

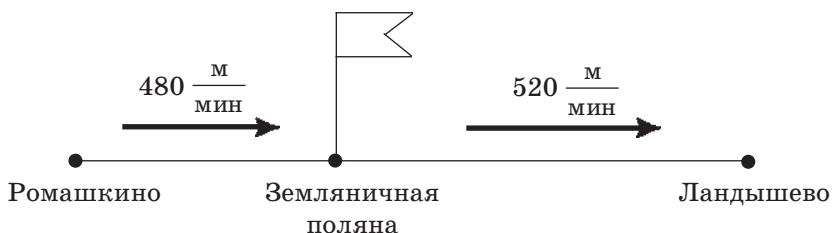


Рис. 40

Определите расстояние между Ромашкино и Ландышево, если расстояние до Земляничной поляны паровозик проехал за 30 мин со скоростью $480 \frac{\text{М}}{\text{МИН}}$, а вто-

рую часть пути — за 30 мин со скоростью $520 \frac{\text{М}}{\text{МИН}}$.

5.186. Велосипедист проехал 90 км за 5 ч. За какое время велосипедист проедет 108 км с такой же скоростью?

5.187. Одно колесо делает 2100 оборотов за 35 мин, а другое — 980 оборотов за 49 мин. Какое колесо делает большее число оборотов за 1 мин и во сколько раз?

5.188. Из 12 кг сахарного тростника выходит в среднем 10 кг сока, а из 26 кг сока вырабатывается 2 кг сахара. Сколько сахарного тростника понадобится, чтобы получить 140 кг сахара?

5.189. Швейная мастерская израсходовала 15 м 20 см ткани на 8 платьев. Сколько ткани такой же ширины нужно для пошива 14 таких платьев?

5.190. В первый день колхозники собрали 5 т 800 кг картофеля. Сколько картофеля соберут колхозники

во второй день, если их будет в 6 раз больше, времени будет затрачено в 4 раза меньше, а производительность труда не изменится?

5.191. Автомобиль проехал в первый день расстояние, в 6 раз большее, чем во второй. Найдите расстояния, которые проехал автомобиль в каждый из этих дней, если разность этих расстояний равна 250 км.

5.192. У Мальвины и Буратино 21 груша. Когда Мальвина отдала 2 груши Буратино, у нее осталось в 2 раза больше груш, чем стало у Буратино. Сколько груш было у Буратино и Мальвины первоначально?

5.193. Найдите площадь и периметр участка, изображенного на плане (рис. 41), где все размеры даны в метрах.

5.194.* Из кубиков с длиной ребра 4 см собрали фигуру (рис. 42). Найдите ее объем.

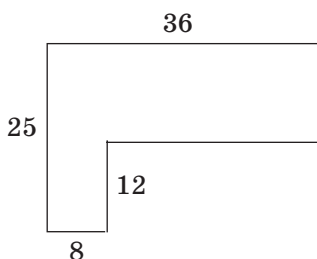


Рис. 41

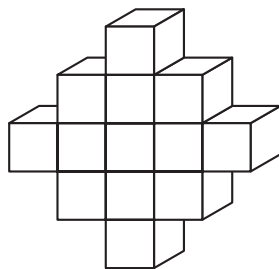


Рис. 42

5.195.* Может ли наибольший общий делитель двух различных чисел быть больше их разности?

5.196.* К трехзначному числу приписано такое же число. Может ли образовавшееся число оказаться простым?

5.197.* Чтобы узнать, является ли число 953 простым, его делят на 2, на 3, на 5, на 7, на 11, На каком простом числе можно прекратить испытания?

ГЛАВА 6

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

6.1. Понятие дроби

На рисунке 43 отрезок AB длиной 1 дм разделен на 3 равные части точками C и D . Чему равна длина отрезка AC ? Чему равна длина отрезка AD ?

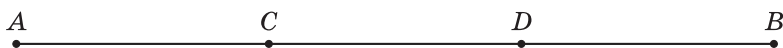


Рис. 43

До сих пор мы отвечали на подобные вопросы, используя натуральные числа. Но таких натуральных чисел, с помощью которых можно было бы назвать длину отрезка AC или длину отрезка AD , нет. Для этого используются другие числа.

Говорят, что *длина отрезка AC равна одной третьей дециметра*. Это записывают так: $\frac{1}{3}$ дм. Говорят, что *длина отрезка AD равна двум третьим дециметра*. Это записывают так: $\frac{2}{3}$ дм.

Если в столовой 1 кг сметаны разделят на 6 порций, то говорят, что *масса одной порции равна одной шестой килограмма*. Это записывают так: $\frac{1}{6}$ кг. Масса четырех порций равна четырем шестым килограмма. Это записывают так: $\frac{4}{6}$ кг.

У нас появились новые числа $\frac{1}{3}$ (одна третья), $\frac{4}{6}$ (четыре шестых) и т. п.

Числа $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{4}{6}$ и т. п. называются **обыкновенными дробями**, или просто **дробями**.

Примеры, которые мы рассматривали, показывают, что дроби возникают тогда, когда единицу измерения (дециметр, килограмм) делят на равные части. Дробь $\frac{1}{3}$ означает третью часть единицы, дробь $\frac{2}{3}$ — две третьих части единицы, дробь $\frac{4}{6}$ — четыре шестых части единицы.

При измерении длины невозможно обойтись только метрами, приходится делить метр на части. Так появляется, например, сантиметр: $1 \text{ см} = \frac{1}{100} \text{ м}$. При измерении времени мы не можем обойтись только часами. Появляется минута: $1 \text{ мин} = \frac{1}{60} \text{ ч}$. Таким образом, к возникновению дробей привела потребность в более точном измерении величин.

Некоторые дроби имеют особое название: $\frac{1}{2}$ — половина, $\frac{1}{3}$ — треть, $\frac{1}{4}$ — четверть.

Горизонтальная черта в записи дроби называется **чертой дроби**. Число, стоящее под чертой, называется **знаменателем дроби**. Знаменатель дроби показывает, на сколько равных частей разделена единица. Число, стоящее над чертой дроби, называется **числителем дроби**. Числитель дроби показывает, из скольких равных частей состоит дробь.

6.1. Понятие дроби

Если число равных частей, на которые разделена единица, обозначено буквой n , то $\frac{1}{n}$ (читают: «одна *энная*») означает одну *энную* часть единицы. А $\frac{m}{n}$ (читают: «*эм энных*») означает m *энных* частей единицы.

Например, если 1 л молока разлить поровну в n чашек, то в каждой чашке будет $\frac{1}{n}$ л, а в m чашках — $\frac{m}{n}$ л молока.



Число, записанное в виде $\frac{m}{n}$, где m и n — натуральные числа, называется дробью.

Пишем	Читаем
$\frac{1}{l}$	<i>одна эльтая</i>
$\frac{3}{s}$	<i>три эстых</i>
$\frac{l}{k}$	<i>эль катых</i>

Пример. Если разделить поровну 3 одинаковых пирожных между 4 девочками, то сколько достанется каждой?

Решение. Можно поступить так. Разрезать каждое пирожное на 4 равных кусочка и дать каждой девочке по 3 таких кусочка; 1 кусочек — это $\frac{1}{4}$ пирожного, а 3 кусочка — $\frac{3}{4}$. Значит, каждой девочке достанется $\frac{3}{4}$ пирожного.

Ответ: $\frac{3}{4}$.

Вопросы

1. Какое число называется дробью?
2. Что называется знаменателем дроби? числителем дроби?
3. Что показывает знаменатель дроби? числитель дроби?
4. Как читается дробь: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{k}$; $\frac{5}{k}$; $\frac{r}{s}$; $\frac{p}{t}$?



Упражнения

6.1.° Какую часть составляет:

- 1) 1° от развернутого угла;
- 2) 1 мин от часа;
- 3) 1 см от метра;
- 4) 1 мм от сантиметра?

6.2.° Каждая фигура на рисунке 44 разделена на равные части. Какая часть площади фигуры:

- 1) закрашена;
- 2) не закрашена?

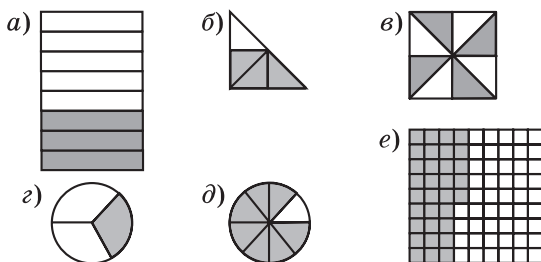


Рис. 44

6.3.° Прочитайте дроби:

- 1) $\frac{4}{7}$;
- 2) $\frac{3}{13}$;
- 3) $\frac{2}{9}$;
- 4) $\frac{1}{12}$;
- 5) $\frac{15}{23}$;
- 6) $\frac{3}{70}$;
- 7) $\frac{9}{100}$;
- 8) $\frac{17}{2500}$.

Назовите числитель и знаменатель каждой из дробей.

6.4.° Запишите обыкновенную дробь:

- 1) четыре седьмых;
- 2) пять одиннадцатых;
- 3) сто три сто сороковых;
- 4) двенадцать сотых.

6.5.° Объясните, что означает каждая величина:

- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1) $\frac{3}{8}$ км; | 2) $\frac{3}{5}$ пирога; |
| 3) $\frac{1}{5}$ урока; | 4) $\frac{7}{10}$ пути. |

6.6.° 1) Работник типографии набирает книгу за 6 ч. Какую часть книги он набирает за 1 ч?

2) Трактор вспахал поле за неделю. Какую часть поля вспахивал трактор ежедневно?

6.7. Отрезок MN длиной 1 м разделили на 7 равных частей (рис. 45).



Рис. 45

Найдите длину отрезка:

- | | | |
|-----------|-----------|-----------|
| 1) MA ; | 2) BE ; | 3) PN ; |
| 4) MB ; | 5) BN ; | 6) AP . |

6.8. Начертите в тетради отрезок длиной 12 см. Начертите один под другим отрезки, длина которых от длины этого отрезка составляет:

- | | |
|--|--|
| 1) $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{6}$; | 2) $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{24}$, $\frac{1}{4}$; |
| 3) $\frac{1}{6}$, $\frac{4}{24}$, $\frac{2}{12}$; | 4) $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{8}{24}$. |

6.9. Квадрат разделили на 4 равные части и закрасили $\frac{3}{4}$ его площади. Какая часть площади квадрата не закрашена?

6.10. Определите, сколько сантиметров содержится в:
1) половине дециметра; 2) четверти метра.

6.11. Для игры девочки начертили на асфальте квадрат со стороной 1 м и разделили его на девять равных клеток (рис. 46).

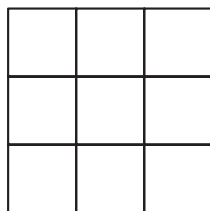


Рис. 46

Запишите в виде дроби площадь:

- 1) одной клетки квадрата;
- 2) двух клеток квадрата.

6.12. Сколько минут содержит:

- 1) $\frac{1}{2}$ ч;
- 2) $\frac{1}{6}$ ч;
- 3) $\frac{1}{4}$ ч;
- 4) $\frac{1}{12}$ ч;
- 5) $\frac{2}{3}$ ч;
- 6) $\frac{4}{5}$ ч;
- 7) $\frac{7}{20}$ ч;
- 8) $\frac{11}{30}$ ч?

6.13. Из двенадцати спичечных коробков склеили контейнер для хранения мелких деталей (рис. 47). Какую часть контейнера составляют:

- 1) два коробка;
- 2) один горизонтальный ряд контейнера;
- 3) два вертикальных ряда контейнера;
- 4) все коробки, кроме третьего?

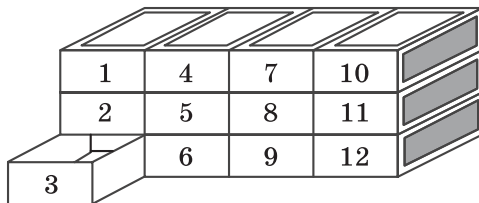


Рис. 47

6.14. В году 365 дней. Какую часть года составляют дни:

- 1) марта; 2) сентября; 3) февраля?

6.15. Площадь поля 36 га. Льном засеяли 25 га. Какую часть поля засеяли льном? Какую часть поля не засеяли?

6.2. Дробь как частное от деления натуральных чисел

Пример 1. Между 12 детьми разделили поровну 36 мандаринов. Сколько мандаринов досталось каждому?

Решение. Мы знаем, что такие задачи решаются делением. Ответом будет частное $36 : 12$. Оно равно 3.

Ответ: 3.

Пример 2. Если разделить поровну 3 одинаковых пирожных между 4 девочками, то сколько достанется каждой?

Решение. Если эту задачу решать, как задачу 1, делением и записать ответ в виде частного, то получим $3 : 4$.

А теперь вспомним, что раньше мы уже решали эту задачу и записали ответ в виде дроби $\frac{3}{4}$. Значит, частное $3 : 4$ равно дроби $\frac{3}{4}$.

Ответ: $\frac{3}{4}$.



Частное от деления одного натурального числа на другое равно дроби, числитель которой равен делимому, а знаменатель — делителю:

$$m : n = \frac{m}{n}$$

Например, $11 : 12 = \frac{11}{12}$; $35 : 17 = \frac{35}{17}$.

Это правило можно сформулировать по-другому:



дробь равна частному от деления ее числителя на знаменатель:

$$\frac{m}{n} = m : n$$

Например, $\frac{11}{12} = 11 : 12$; $\frac{35}{17} = 35 : 17$.

А теперь применим это правило к числам 6 и 2. Получим $\frac{6}{2} = 6 : 2$. Но ведь $6 : 2 = 3$. Значит, $\frac{6}{2} = 3$.

Еще несколько примеров:

$$\frac{10}{5} = 2; \quad \frac{28}{7} = 4; \quad \frac{37}{1} = 37.$$

Вообще, *каждое натуральное число n можно записать в виде дроби:*

$$n = \frac{n}{1}$$

Заметим, что натуральное число можно записать в виде дроби многими способами. Например,

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{24}{8}.$$

Договоримся также считать, что при любом натуральном n верно равенство:

$$\frac{0}{n} = 0$$

Мы видели, что $3 : 4 = \frac{3}{4}$, $6 : 2 = \frac{6}{2}$ и т. д. Значит,



черту дроби можно рассматривать как еще одно обозначение действия деления.

Поэтому дробь $\frac{m}{n}$ читают также: «эм, деленное на эн».

Вопросы

1. Как можно записать частное от деления одного натурального числа на другое (например, a на b)?
2. Любое ли натуральное число можно записать в виде дроби? Приведите примеры.
3. Какие обозначения действия деления вы знаете?



Упражнения

6.16.° Запишите частное в виде дроби и прочитайте ее:

- | | |
|----------------|------------------|
| 1) $1 : 4$; | 2) $2 : 3$; |
| 3) $3 : 5$; | 4) $4 : 7$; |
| 5) $25 : 32$; | 6) $100 : 111$. |

6.17.° Запишите дробь в виде частного:

- | | | |
|----------------------|----------------------|---------------------|
| 1) $\frac{1}{8}$; | 2) $\frac{3}{4}$; | 3) $\frac{2}{17}$; |
| 4) $\frac{11}{15}$; | 5) $\frac{34}{11}$; | 6) $\frac{57}{2}$. |

6.18.° Запишите дробь в виде частного и найдите его:

- | | |
|-----------------------------|------------------------|
| 1) $\frac{10}{2}$; | 2) $\frac{56}{8}$; |
| 3) $\frac{105}{7}$; | 4) $\frac{875}{125}$; |
| 5) $\frac{78\ 078}{1001}$; | 6) $\frac{1300}{26}$. |

6.19. Запишите в виде дроби:

- 1) частное от деления числа 82 на 3;
- 2) результат уменьшения числа 134 в 9 раз;
- 3) число, на которое надо умножить 12, чтобы получить 39;
- 4) число, на которое надо разделить 55, чтобы получить 10;
- 5) делитель, если делимое равно 46, а частное — 98;
- 6) первый множитель, если произведение равно 71, а второй множитель — 81.

6.20. Представьте в виде дроби число:

- | | | |
|--------|---------|---------|
| 1) 12; | 2) 21; | 3) 37; |
| 4) 91; | 5) 100; | 6) 150. |

6.21. Запишите три дроби, равные:

- | | | |
|--------|--------|---------|
| 1) 1; | 2) 8; | 3) 10; |
| 4) 20; | 5) 45; | 6) 120. |

6.22. Приведите примеры дробей, равных своему:

- | | |
|---------------|-----------------|
| 1) числителю; | 2) знаменателю. |
|---------------|-----------------|

6.23. Площадь прямоугольника 35 см^2 . Найдите его длину, если ширина прямоугольника равна 4 см.

6.24. Расстояние, равное 34 км, велосипедист проехал за 3 ч. С какой скоростью ехал велосипедист?

6.25. Скорость течения реки $2 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Определите, за какое время плот проплывет по реке 7 км.

6.26. Ленту длиной 5 м разрезали на 2 равные части. Найдите длину каждой части.

6.3. Какую часть одно число составляет от другого

6.27. Два килограмма конфет расфасовали поровну в 9 одинаковых пакетов. Найдите массу конфет в каждом пакете.

6.28. Один килограмм горячего шоколада разлили поровну в 6 одинаковых фигурных форм. Сколько горячего шоколада потребовалось для заполнения одной такой формы?

6.29. На пошив трех одинаковых мужских костюмов требуется 10 м ткани. Сколько метров ткани требуется для пошива одного такого костюма?

6.30. Чему равна длина стороны квадрата, периметр которого равен 15 см?

6.31. Составьте и решите задачу, ответом к которой является дробь:

1) $\frac{24}{5}$; 2) $\frac{199}{5}$; 3) $\frac{2}{13}$; 4) $\frac{7}{13}$.

6.32. Запишите в метрах в секунду $\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$:

1) $1 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 2) $1 \frac{\text{дм}}{\text{мин}}$;
3) $1 \frac{\text{см}}{\text{мин}}$; 4) $1 \frac{\text{км}}{\text{мин}}$.

6.3. Какую часть одно число составляет от другого

Пример 1. В классе 32 ученика, из них 15 — мальчики. Какую часть всех учеников составляют мальчики?

Решение. Один ученик составляет $\frac{1}{32}$ всех учеников в классе, а 15 мальчиков составляют $\frac{15}{32}$ всех учеников.

Ответ: $\frac{15}{32}$.

Мы видим, что число 15 составляет $\frac{15}{32}$ от числа 32. Но $\frac{15}{32} = 15 : 32$. Значит, чтобы найти, какую часть число 15 составляет от числа 32, надо 15 разделить на 32.



Чтобы найти, какую часть составляет число k от числа n , надо число k разделить на число n :

$$k \text{ от } n \text{ составляет } \frac{k}{n}$$

Говорят: *часть числа* или *часть от числа*.

Так как часть одного числа от другого выражается дробью, то также говорят: *дробь числа* или *дробь от числа*.

Пример 2. Нужно было заасфальтировать дорогу длиной 34 км. Заасфальтировали 7 км. Какую часть дороги заасфальтировали?

Решение. Выполнив деление $7 : 34$, получаем ответ: $\frac{7}{34}$.

Ответ: $\frac{7}{34}$.

Вопросы

1. Как найти, какую часть составляет число k от числа n ?
2. Какой дробью выражается часть, которую составляет:
 - а) число 5 от числа 7; б) число a от числа b ?



Упражнения

6.33.° Какую часть числа 48 составляет число:

- | | | |
|--------|--------|--------|
| 1) 1; | 2) 5; | 3) 7; |
| 4) 12; | 5) 24; | 6) 25? |

6.34.° Какую часть урока составляет:

- | | |
|------------|------------|
| 1) 1 мин; | 2) 10 мин; |
| 3) 15 мин; | 4) 20 мин? |

6.35.° Какую часть от 1 км составляет:

- | | |
|----------|----------|
| 1) 1 м; | 2) 1 дм; |
| 3) 1 см; | 4) 1 мм? |

6.36. Найдите, какую часть составляет:

- | | |
|------------------|----------------------|
| 1) 1 ч от суток; | 2) 1 с от минуты; |
| 3) 1 с от часа; | 4) 1 кг от центнера. |

6.37. Какую часть гектара составляет:

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| 1) 1 а; | 2) 1 м ² ; |
| 3) 1 дм ² ; | 4) 1 сотка? |

6.38. Какую часть от 1 м² составляет:

- | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1) 1 дм ² ; | 2) 1 см ² ; | 3) 1 мм ² ? |
|------------------------|------------------------|------------------------|

6.39. Какую часть тонны составляет:

- | | | |
|---------|----------|---------|
| 1) 1 ц; | 2) 1 кг; | 3) 1 г? |
|---------|----------|---------|

6.40.° Проехав 96 км, туристский автобус остановился. Какую часть маршрута останется проехать туристам после остановки, если весь маршрут составляет 192 км?

6.41.° Надя прочитала 20 страниц книги, и ей осталось прочитать еще 40 страниц. Какую часть книги прочитала Надя? Какую часть книги ей осталось прочитать?

6.42.° Бассейн наполняют водой за 8 ч. Какая часть бассейна будет наполнена за:

- 1) 1 ч; 2) 3 ч; 3) 6 ч; 4) 2 ч?

6.43. Какую часть составляет наименьшее двузначное число от наибольшего двузначного числа?

6.44.* Внутри квадрата со стороной 5 см изобразите квадрат со стороной 3 см, а оставшуюся свободной часть квадрата закрасьте. Какая часть площади большего квадрата оказалась:

- 1) занятой меньшим квадратом;
2) закрашенной?

6.45.* Даны два серых квадрата со сторонами 2 см и 3 см и два одинаковых белых прямоугольника со сторонами 2 см и 3 см (рис. 48). Найдите сторону квадрата, площадь которого равна сумме площади всех этих фигур.

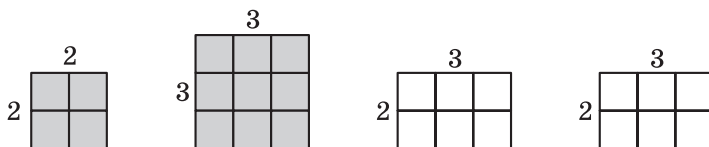


Рис. 48

Какую часть площади получившегося квадрата составляет площадь:

- 1) серых фигур; 2) белых фигур?

6.4. Нахождение части (дроби) от числа

Пример 1. С огорода было собрано 800 кг лука, $\frac{3}{4}$ этого лука продали. Сколько лука продали?

6.4. Нахождение части (дроби) от числа

Решение. Будем считать, что весь лук составляет $\frac{4}{4}$.

Тогда на $\frac{1}{4}$ приходится $800 : 4 = 200$ (кг) лука, а на $\frac{3}{4}$ — $200 \cdot 3 = 600$ (кг) лука.

Ответ: 600 кг.



Решение этой задачи можно записать не по действиям, а в виде выражения $800 : 4 \cdot 3$, его значение равно 600 (кг).

Значит, чтобы найти $\frac{3}{4}$ числа 800, можно число 800 разделить на знаменатель дроби $\frac{3}{4}$ и результат умножить на ее числитель.

Вообще,



если часть выражена дробью, то, чтобы найти часть от числа, можно число разделить на знаменатель этой дроби и результат умножить на ее числитель:

$$\frac{k}{n} \text{ от числа } a \text{ равно } b, \text{ значит, } b = a : n \cdot k$$

Пример 2. Расстояние между двумя городами 390 км.

Туристы должны пройти $\frac{7}{13}$ этого расстояния пешком, а оставшуюся часть — на лодках. Какое расстояние должны пройти туристы на лодках?

Решение. Пешком туристы должны пройти

$$390 : 13 \cdot 7 = 210 \text{ (км).}$$

Следовательно, на лодках они должны пройти

$$390 - 210 = 180 \text{ (км).}$$

Ответ: 180 км.

Вопросы

1. Как найти часть (дробь) от числа?
2. Как найти часть от числа 15, если она выражена дробью:
а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{p}{q}$?



Упражнения

6.46.° Найдите $\frac{5}{8}$ от числа:

- | | |
|-------------|----------------|
| 1) 16; | 2) 40; |
| 3) 800; | 4) 32 032; |
| 5) 720 968; | 6) 16 016 016. |

6.47.° От числа 144 найдите дробь:

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $\frac{5}{144}$; | 2) $\frac{3}{16}$; | 3) $\frac{3}{9}$; |
| 4) $\frac{7}{24}$; | 5) $\frac{15}{48}$; | 6) $\frac{11}{72}$. |

6.48. Сколько метров в:

- | | | |
|-----------------------|------------------------|-------------------------|
| 1) $\frac{1}{10}$ км; | 2) $\frac{1}{100}$ км; | 3) $\frac{1}{1000}$ км? |
|-----------------------|------------------------|-------------------------|

6.49. Сколько граммов в:

- | | | |
|-----------------------|------------------------|-------------------------|
| 1) $\frac{1}{10}$ кг; | 2) $\frac{1}{100}$ кг; | 3) $\frac{1}{1000}$ кг? |
|-----------------------|------------------------|-------------------------|

6.50. Сколько килограммов в:

- 1) $\frac{1}{10}$ т; 2) $\frac{1}{100}$ т; 3) $\frac{1}{1000}$ т?

6.51. Сколько минут в:

- 1) $\frac{1}{2}$ ч; 2) $\frac{3}{4}$ ч; 3) $\frac{5}{12}$ ч; 4) $\frac{3}{20}$ ч?

6.52. Сколько часов в:

- 1) $\frac{2}{3}$ суток; 2) $\frac{5}{6}$ суток;
3) $\frac{3}{8}$ суток; 4) $\frac{7}{12}$ суток?

6.53. Вычислите:

- 1) $\frac{5}{11}$ от 220 км; 2) $\frac{7}{15}$ от 300 кг;
3) $\frac{3}{14}$ от 56 м; 4) $\frac{11}{72}$ от 360 г;
5) $\frac{9}{16}$ от 96 см; 6) $\frac{13}{18}$ от 72 ч.

6.54. Сравните:

- 1) $\frac{3}{5}$ от 35 и $\frac{11}{18}$ от 36;
2) $\frac{5}{8}$ от 24 и $\frac{7}{9}$ от 18;
3) $\frac{3}{4}$ от 148 и $\frac{7}{15}$ от 240;
4) $\frac{5}{7}$ от 133 и $\frac{5}{8}$ от 120.

6.55. Сравните:

1) $\frac{3}{4}$ м и 76 см;

2) 450 кг и $\frac{2}{5}$ т;

3) $\frac{3}{8}$ км и 380 м;

4) 35 а и $\frac{7}{20}$ га.

6.56.° На устные упражнения потратили $\frac{1}{5}$ урока, а на письменную работу — $\frac{2}{5}$ урока. Остальное время решали тестовые задачи. Сколько минут решали задачи?

6.57. От мотка телефонного провода отрезали $\frac{2}{7}$ его длины. Сколько провода осталось в мотке, если первоначально было 35 м?

6.58. Путешественники $\frac{4}{7}$ всего маршрута преодолели на байдарках, а остальную часть прошли пешком. Сколько километров путешественники шли пешком, если весь маршрут составил 56 км?

6.59. В коллекции Тани 108 открыток, $\frac{7}{18}$ коллекции — с изображением животных, а остальные — с видами городов. Сколько у Тани открыток с видами городов?

6.60. Текст состоит из 60 английских слов, а Вера смогла перевести $\frac{19}{20}$ текста. Сколько слов не смогла перевести Вера?

6.61. Папе 36 лет, возраст мамы равен $\frac{8}{9}$ возраста папы, а возраст дочери — $\frac{3}{16}$ возраста мамы. Сколько лет маме и сколько лет дочери?

6.62. В классе 26 учеников, $\frac{7}{13}$ всех учеников — девочки. В школьном концерте приняли участие $\frac{4}{7}$ всех девочек и $\frac{3}{4}$ всех мальчиков класса. Сколько учеников класса принимали участие в концерте?

6.63. Автобус, курсирующий по маршруту длиной 72 км, делает 4 остановки, которые находятся на расстояниях, составляющих $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{5}{8}$ и $\frac{19}{24}$ всего маршрута от его начала. Найдите расстояние между остановками на протяжении всего маршрута.

6.64. Длина прямоугольника равна 21 см, а ширина составляет $\frac{4}{7}$ длины. Найдите его периметр.

6.65. Периметр треугольника равен 96 мм, длина одной из его сторон равна $\frac{3}{8}$, а другой — $\frac{5}{12}$ периметра. Найдите длину третьей стороны.

6.66. Постройте прямоугольник $ABCD$ со сторонами 4 см и 6 см. Закрасьте $\frac{2}{3}$ площади прямоугольника. Какая площадь прямоугольника осталась незакрашенной?

6.67. Периметр прямоугольника равен 54 см. Найдите площадь этого прямоугольника, если его длина составляет $\frac{5}{18}$, а ширина — $\frac{2}{9}$ периметра.

6.5. Нахождение числа по его части (дроби)

Пример 1. Продали 140 ц лука, что составляет $\frac{2}{5}$ от всего урожая. Каким был урожай?

Решение. Будем считать, что весь лук составляет $\frac{5}{5}$ частей. По условию на $\frac{2}{5}$ приходится 140 ц лука. Тогда на $\frac{1}{5}$ приходится $140 : 2 = 70$ (ц) лука, а на $\frac{5}{5}$ — $70 \cdot 5 = 350$ (ц).

Ответ: 350 ц.



Решение этой задачи можно записать не по действиям, а в виде выражения: $140 : 2 \cdot 5$, его значение равно 350 (ц).

Значит, чтобы найти число, $\frac{2}{5}$ которого равны 140, можно 140 разделить на числитель дроби $\frac{2}{5}$ и результат умножить на ее знаменатель.

Вообще,



если часть выражена дробью, то, чтобы найти число по части от него, можно часть от числа разделить на числитель этой дроби и результат умножить на ее знаменатель:

$$\frac{k}{n} \text{ от числа } a \text{ равно } b, \text{ значит, } a = b : k \cdot n$$

Пример 2. Токарь выточил 135 деталей, что составляет $\frac{15}{49}$ от планового задания. Сколько деталей ему осталось выточить, чтобы выполнить плановое задание?

Решение. Плановое задание составляет

$$135 : \frac{15}{49} = 441 \text{ (дет.).}$$

Значит, токарю осталось выточить

$$441 - 135 = 306 \text{ (дет.).}$$

Ответ: 306 деталей.

Пример 3.* Карлсон за завтраком выпил 3 кружки молока. Первую он выпил после съедения 6 плюшек — $\frac{3}{14}$ от всего запаса. Вторую — после того, как съел еще $\frac{1}{4}$ от всего запаса плюшек, а третью — после съедения $\frac{2}{5}$ от оставшихся плюшек. Сколько плюшек осталось после завтрака?

Решение. 1) Сколько всего было плюшек?

$$6 : \frac{3}{14} = 28 \text{ (плюшек).}$$

2) Сколько плюшек приходится на $\frac{1}{4}$?

$$28 : 4 = 7 \text{ (плюшек).}$$

3) Сколько плюшек осталось?

$$28 - (6 + 7) = 15 \text{ (плюшек).}$$

4) Сколько плюшек составляют $\frac{2}{5}$ от оставшихся?

$$15 : 5 \cdot 2 = 6 \text{ (плюшек).}$$

5) Сколько плюшек осталось после завтрака?

$$15 - 6 = 9 \text{ (плюшек).}$$

Ответ: 9 плюшек.

Вопросы

1. Как найти число по части от него?
2. Как найти число, если $\frac{2}{3}$ от него равны:
а) 40; б) p ?



Упражнения

6.68.° Найдите число, $\frac{1}{10}$ которого равна:

- 1) 7; 2) 23; 3) 412; 4) 51 748.

6.69.° Найдите число, $\frac{1}{7}$ которого равна:

- 1) 20; 2) 86; 3) 103; 4) 15 461.

6.70. Найдите число, $\frac{3}{5}$ которого равны:

- 1) 27; 2) 75; 3) 144; 4) 3096.

6.71. Найдите величину, $\frac{1}{10}$ которой равна:

- 1) 6 с; 2) 10 см;
3) 6 мин; 4) 100 м.

6.72. Найдите величину, $\frac{3}{4}$ которой равны:

- 1) 75 кг; 2) 750 м;
3) 45 мин; 4) 18 ч.

6.73. Сравните два числа, если известно, что:

- 1) $\frac{8}{15}$ одного числа равны 80, а $\frac{5}{7}$ второго — 100;
2) $\frac{3}{50}$ одного числа равны 30, а $\frac{2}{35}$ второго — 28.

6.74. Найдите число, если число 30 составляет от него:

- 1) $\frac{1}{5}$; 2) $\frac{3}{14}$; 3) $\frac{15}{41}$; 4) $\frac{30}{49}$.

6.75.° Найдите количество фломастеров в наборе, если фломастеры семи цветов радуги составляют $\frac{1}{5}$ числа всех фломастеров в наборе.

6.76.° Наташа прочитала 15 страниц рассказа, что составляет $\frac{5}{16}$ числа всех страниц в рассказе. Сколько страниц осталось прочитать?

6.77.° На самостоятельную работу было отведено 12 мин урока, что составило $\frac{4}{15}$ продолжительности урока. Определите продолжительность урока.

6.78. На подготовку домашнего задания по математике Денис затратил 25 мин, что составило $\frac{5}{18}$ времени, отведенного на выполнение заданий по всем предметам. Как долго Денис выполнял домашние задания?

6.79. В саду высажено 124 яблони летних сортов, что составляет $\frac{4}{21}$ от числа всех яблонь. Сколько яблонь в саду?

6.80. В коллекции Сергея 68 марок, посвященных спортивной тематике, что составляет $\frac{4}{15}$ числа марок всей коллекции. Сколько марок в коллекции Сергея?

6.81. Определите длину отрезка, $\frac{3}{8}$ которого равны 15 см.

6.82. На отрезке AB отметили точку M так, что $AM = 16$ см и AM составляет $\frac{4}{7}$ от длины отрезка AB . Найдите MB .

6.83. Найдите периметр и площадь прямоугольника, если его ширина равна 9 см, что составляет $\frac{3}{4}$ от его длины.

6.84. Найдите периметр прямоугольника, если $\frac{1}{8}$ его площади 12 см^2 , а его длина 12 см.

6.85. Команда, победившая в баскетбольном матче, набрала 102 очка, т. е. $\frac{6}{11}$ числа всех очков, набранных обеими командами. С каким счетом закончился матч?

6.86. Определите длину реки Сож, если на территории Беларуси она равна 492 км и составляет $\frac{41}{54}$ от всей длины реки.

6.87. Туристы сделали два привала: первый — после 12 км пути, пройдя $\frac{4}{9}$ запланированного маршрута,

а второй — пройдя $\frac{3}{5}$ оставшегося маршрута. Сколько километров прошли туристы после второго привала?

6.88. Ваня сначала решил 6 примеров, т. е. $\frac{2}{7}$ от числа всех заданных примеров, а потом еще $\frac{4}{5}$ от числа оставшихся. Сколько примеров Ваня не решил?



Задачи на повторение

Решите уравнение (6.89—6.90).

6.89.

- 1) $19 \cdot 6 + x = 101 \cdot 2$;
- 2) $x - 42 \cdot 3 = 45 \cdot 5$;
- 3) $6 \cdot 70 \cdot x = 2520 : 6$;
- 4) $4 \cdot 180 : x = 150 \cdot 2 + 60$;
- 5) $x \cdot (180 : 20) = 15 \cdot 18$;
- 6) $x : (35 : 7) = 15 \cdot 8$;
- 7) $(15 \cdot 5) \cdot x = 25 \cdot 9$;
- 8) $(160 \cdot 5) : x = 240 : 3$.

6.90.

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 1) $x - (2^5 + 5^2) = 12^2$; | 2) $11^2 \cdot 9^2 : x = 81$; |
| 3) $10^2 : x = 2^2$; | 4) $x + 6^3 = 15^2$; |
| 5) $5^2 - 2^3 + x = 7^2$; | 6) $4^2 \cdot 1^8 - x = 3^2$. |

6.91. Два велосипедиста — Лёня и Миша — выехали одновременно в одном направлении из поселка Боровое. Скорость Лёни $25 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, скорость Миши $22 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Какое расстояние будет между мальчиками через 3 ч?

6.92. 1) Из 10 кг пряжи можно изготовить 13 м ткани. Сколько ткани можно изготовить из 2 ц пряжи?

2) Бумагоделательная машина за сутки делает 264 т бумаги. Сколько бумаги делает машина за 18 ч?

6.93.* Оле и Варя подарили по одинаковой книге. Встретившись 7 октября, они выяснили, что Оля прочитала 65 страниц, а Варя — 40 страниц этой книги. Со следующего дня Варя стала читать по 20 страниц в день, а Оля — по $\frac{3}{4}$ от этого числа страниц. Книгу они закончили читать в один и тот же день. Какого числа девочки закончили чтение книги?

6.94.* Сумма двух углов, полученных при пересечении двух прямых, равна 26° . Найдите все углы, полученные при пересечении этих прямых.

6.95.* Найдите такие трехзначные числа, из цифр которых можно составить не менее шести простых чисел.

6.96.* Сравните произведение наибольшего общего делителя двух каких-либо натуральных чисел и их наименьшего общего кратного с произведением этих чисел. Рассмотрите не менее трех примеров и сделайте вывод.

6.97.* Если високосный год начинается вторником, то каким днем недели он заканчивается?

6.98.* Если в одном месяце три четверга пришлись на четное число, то какой день недели был 21 числа этого месяца?

ГЛАВА 7

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ

7.1. Основное свойство дроби

На рисунке 49 изображены три равных прямоугольника.

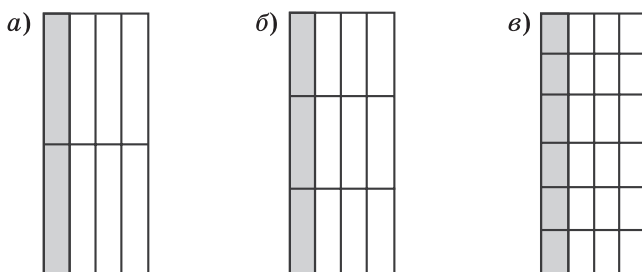


Рис. 49

Прямоугольник на рисунке 49, а разделен на 8 равных частей, и две из них закрашены. Можно сказать, что в прямоугольнике закрашено $\frac{2}{8}$ части его площади, а можно сказать, что закрашена $\frac{1}{4}$ часть площади. Значит, $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$.

Прямоугольник на рисунке 49, б разделен на 12 равных частей, и три из них закрашены. Можно сказать, что в этом прямоугольнике закрашено $\frac{3}{12}$ части его

площади, а можно сказать, что закрашена $\frac{1}{4}$ часть его площади. Значит, $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$.

Точно так же, рассматривая прямоугольник на рисунке 49, в, получаем: $\frac{1}{4} = \frac{6}{24}$.

Таким образом,

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{6}{24}.$$

Заметим, что дробь $\frac{2}{8}$ получается из первой дроби $\frac{1}{4}$ умножением числителя и знаменателя на 2.

Дробь $\frac{3}{12}$ получается из дроби $\frac{1}{4}$ умножением числителя и знаменателя на 3. Дробь $\frac{6}{24}$ получается из дроби $\frac{1}{4}$ умножением числителя и знаменателя на 6.

Вообще,



если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь.

Это свойство называется **основным свойством дроби**. Основное свойство дроби записывают формулой:

$$\frac{m}{n} = \frac{m \cdot k}{n \cdot k}$$

Используя основное свойство дроби, можно получать дроби, равные дроби $\frac{m}{n}$, со знаменателем, кратным числу n .

Пример 1. Найти дробь, равную дроби $\frac{2}{7}$, со знаменателем: а) 35; б) 105.

Решение.

а) Разложим 35 на множители: $35 = 7 \cdot 5$. Умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{2}{7}$ на 5. Имеем:

$$\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{10}{35}.$$

б) Разложим 105 на множители: $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$. Умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{2}{7}$ на 15:

$$\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 15}{7 \cdot 15} = \frac{30}{105}.$$

Ответ: а) $\frac{10}{35}$; б) $\frac{30}{105}$.

Равенство

$$\frac{m}{n} = \frac{m \cdot k}{n \cdot k},$$

выражающее основное свойство дроби, можно записать иначе:

$$\frac{m \cdot k}{n \cdot k} = \frac{m}{n}$$

Есть и другая формулировка основного свойства дроби.



Если числитель и знаменатель дроби разделить на их общий делитель, то получится равная ей дробь.

Пример 2. Замените дробь равной дробью:

а) $\frac{21}{24}$; б) $\frac{401 \cdot 13}{201 \cdot 13}$.

Решение.

$$\text{а) } \frac{21}{24} = \frac{21 : 3}{24 : 3} = \frac{7}{8}; \quad \text{б) } \frac{401 \cdot 13}{201 \cdot 13} = \frac{401}{201}.$$



Записать решение а) можно иначе:

$$\frac{21}{24} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{7}{8}.$$

Вопросы

1. Сформулируйте основное свойство дроби.
2. Дайте другую формулировку основного свойства дроби.
3. Какими равенствами можно записать основное свойство дроби?



Упражнения

7.1.° Верно ли, что:

- 1) $\frac{7}{11} = \frac{21}{33}$;
- 2) $\frac{2}{19} = \frac{10}{95}$;
- 3) $\frac{3}{13} = \frac{18}{78}$;
- 4) $\frac{5}{21} = \frac{25}{210}$?

7.2.° Каждая фигура на рисунке 50 разделена на равные части. Чему равна площадь закрашенной фигуры, если площадь всей фигуры равна 1?

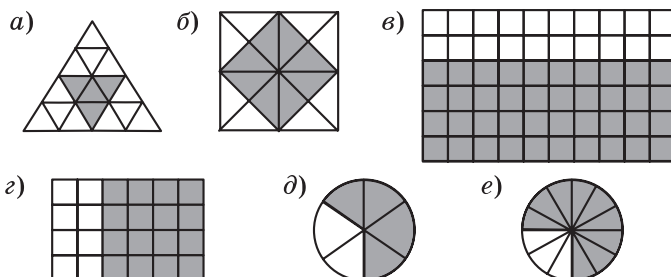


Рис. 50

7.1. Основное свойство дроби

7.3. Начертите в тетради прямоугольник со сторонами 4 см и 6 см. Закрасьте $\frac{8}{12}$ площади этого прямоугольника. Верно ли, что $\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$?

7.4.° Среди дробей

$$\frac{8}{16}, \frac{8}{24}, \frac{3}{6}, \frac{5}{10}, \frac{9}{27}, \frac{5}{15}, \frac{14}{28}, \frac{21}{63}$$

найдите дроби, равные:

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{3}$.

7.5. Среди дробей

$$\frac{6}{10}, \frac{15}{25}, \frac{16}{44}, \frac{10}{45}, \frac{12}{20}, \frac{14}{63}, \frac{28}{77}, \frac{20}{90}, \frac{300}{500}, \frac{4040}{11110}$$

найдите дроби, равные:

1) $\frac{3}{5}$; 2) $\frac{2}{9}$; 3) $\frac{4}{11}$.

7.6.° Замените данную дробь равной ей дробью, разделив на 2 ее числитель и знаменатель:

1) $\frac{4}{6}$; 2) $\frac{8}{10}$; 3) $\frac{6}{8}$;
4) $\frac{14}{32}$; 5) $\frac{10}{18}$; 6) $\frac{36}{38}$.

7.7.° Замените данную дробь равной ей дробью, разделив на 10 ее числитель и знаменатель:

1) $\frac{10}{40}$; 2) $\frac{100}{380}$; 3) $\frac{20}{30}$;
4) $\frac{50}{60}$; 5) $\frac{1120}{2000}$; 6) $\frac{840}{550}$.

7.8.° Замените данную дробь равной ей дробью, умножив на 5 ее числитель и знаменатель:

- | | | |
|---------------------|----------------------|------------------------|
| 1) $\frac{3}{4}$; | 2) $\frac{2}{7}$; | 3) $\frac{3}{5}$; |
| 4) $\frac{5}{12}$; | 5) $\frac{10}{11}$; | 6) $\frac{100}{121}$. |

7.9.° Замените данную дробь равной ей дробью, умножив на 3 ее числитель и знаменатель:

- | | | |
|---------------------|---------------------|------------------------|
| 1) $\frac{2}{9}$; | 2) $\frac{6}{13}$; | 3) $\frac{7}{19}$; |
| 4) $\frac{8}{25}$; | 5) $\frac{9}{70}$; | 6) $\frac{300}{407}$. |

7.10. Запишите дробь со знаменателем 40, равную:

- | | | |
|--------------------|---------------------|----------------------|
| 1) $\frac{1}{2}$; | 2) $\frac{3}{4}$; | 3) $\frac{2}{5}$; |
| 4) $\frac{3}{8}$; | 5) $\frac{7}{10}$; | 6) $\frac{11}{20}$. |

7.11. Запишите дробь со знаменателем 60, равную:

- | | | |
|----------------------|----------------------|---------------------|
| 1) $\frac{3}{5}$; | 2) $\frac{2}{3}$; | 3) $\frac{7}{12}$; |
| 4) $\frac{19}{20}$; | 5) $\frac{13}{30}$; | 6) $\frac{9}{10}$. |

7.12. Запишите дробь со знаменателем 4, равную:

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| 1) $\frac{3}{12}$; | 2) $\frac{5}{20}$; | 3) $\frac{21}{28}$; |
| 4) $\frac{75}{100}$; | 5) $\frac{60}{120}$; | 6) $\frac{28}{56}$. |

7.1. Основное свойство дроби

7.13. Замените $\frac{30}{90}$ равной дробью со знаменателем:

- | | | |
|---------|---------|----------|
| 1) 3; | 2) 9; | 3) 18; |
| 4) 180; | 5) 900; | 6) 2700. |

7.14. Замените $\frac{20}{60}$ равной дробью со знаменателем:

- | | | |
|--------|--------|---------|
| 1) 3; | 2) 6; | 3) 12; |
| 4) 30; | 5) 15; | 6) 180. |

7.15. Замените $\frac{5}{7}$ равной дробью со знаменателем:

- | | | |
|--------|--------|---------|
| 1) 14; | 2) 35; | 3) 49; |
| 4) 56; | 5) 70; | 6) 770. |

7.16. Запишите частное в виде дроби с наименьшим возможным знаменателем:

- | | |
|------------------|------------------|
| 1) $5 : 10$; | 2) $10 : 100$; |
| 3) $25 : 40$; | 4) $28 : 49$; |
| 5) $125 : 500$; | 6) $121 : 132$. |

7.17. Решите уравнение:

- 1) $90 : (x + 5) + 14 = 17$;
- 2) $(x - 8) : 3 - 11 = 19$;
- 3) $(x - 5) : 8 + 23 = 28$;
- 4) $80 : (x + 3) + 17 = 27$.

7.18.* Найдите x , если:

- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 1) $\frac{1}{2} = \frac{x}{4}$; | 2) $\frac{1}{2} = \frac{x}{6}$; |
| 3) $\frac{1}{2} = \frac{x}{8}$; | 4) $\frac{1}{2} = \frac{x}{10}$; |
| 5) $\frac{x - 6}{4} = \frac{1}{2}$; | 6) $\frac{16 + x}{9} = \frac{7}{3}$. |

7.19. Телевизионная трансляция хоккейного матча на Кубок Полесья продолжалась с 18 ч 35 мин до 20 ч 50 мин. При этом общая продолжительность игрового времени оказалась на 15 мин меньше времени, отведенного на рекламу и на перерывы между периодами. Определите продолжительность игрового времени.

7.20. Общая емкость дисков C и D персонального компьютера равна 88 000 Мб (мегабайт). Определите емкость каждого диска, если на диске D можно разместить на 56 000 Мб информации больше, чем на диске C.

7.2. Сокращение дроби

Числитель и знаменатель дроби $\frac{26}{30}$ имеют общий делитель — число 2. Если разделить числитель и знаменатель на их общий делитель, то, согласно основному свойству дроби, получится дробь, равная данной:

$$\frac{26}{30} = \frac{26 : 2}{30 : 2} = \frac{13}{15}.$$

Числитель и знаменатель дроби $\frac{13}{15}$ меньше, соответственно, числителя и знаменателя дроби $\frac{26}{30}$. Говорят, что *сократили дробь*.



Сократить дробь — это значит заменить ее равной дробью, полученной в результате деления числителя и знаменателя данной дроби на их общий делитель, больший 1.

7.2. Сокращение дроби

Если дробь нельзя сократить, то она называется **несократимой**. Например, дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{30}{23}$ несократимые, так как числа 1 и 2, 13 и 15, 30 и 23 не имеют никаких общих делителей, кроме 1, т. е. это пары взаимно простых чисел.



Несократимая дробь — это дробь, у которой числитель и знаменатель взаимно просты.

Сократимую дробь обычно сокращают на наибольший общий делитель числителя и знаменателя.

Пример 1. Сократить дробь $\frac{280}{980}$.

Решение. НОД (280; 980) = 140,

$$\frac{280 : 140}{980 : 140} = \frac{2}{7}.$$

Но можно сокращать и постепенно:

$$\frac{280}{980} = \frac{28}{98} = \frac{14}{49} = \frac{2}{7}.$$

Обычно дроби сокращают до тех пор, пока не получится несократимая дробь.

Сокращая дробь $\frac{280}{980}$ на НОД (280; 980), сразу получаем несократимую дробь $\frac{2}{7}$.



Для каждой дроби существует единственная, равная ей, несократимая дробь.

Пример 2. Сократить дробь $\frac{132 \cdot 15}{77 \cdot 75}$.

Решение.

$$\frac{132 \cdot 15}{77 \cdot 75} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 5}{7 \cdot 11 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{12}{35}.$$

Ответ: $\frac{12}{35}$.



Решение можно записать и так:

$$\frac{132 \cdot 15}{77 \cdot 75} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{11}} \cdot 3 \cdot \overset{1}{\cancel{5}}}{7 \cdot \overset{1}{\cancel{11}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}} \cdot 5 \cdot \overset{1}{\cancel{5}}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{12}{35}.$$

Вопросы

1. Что значит: сократить дробь?
2. Какая дробь называется несократимой? сократимой?
3. Сколько существует несократимых дробей, равных данной дроби?



Упражнения

7.21.° Сократите дробь:

1) $\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3}$;

2) $\frac{7 \cdot 9}{7 \cdot 11}$;

3) $\frac{19 \cdot 13}{13 \cdot 20}$;

4) $\frac{14 \cdot 27}{28 \cdot 14}$.

7.22.° Сократите дробь:

1) $\frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11}{2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11}$;

2) $\frac{2 \cdot 5 \cdot 11}{2 \cdot 5 \cdot 13}$;

3) $\frac{3 \cdot 5 \cdot 17 \cdot 19}{2 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 23}$;

4) $\frac{2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13}{3 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 29}$.

7.2. Сокращение дроби

7.23. Запишите числитель и знаменатель дроби в виде произведения и сократите ее на их общий множитель:

1) $\frac{6}{8}$; 2) $\frac{15}{27}$; 3) $\frac{8}{10}$; 4) $\frac{20}{50}$.

7.24.° Сократите дробь:

1) $\frac{2}{4}$; 2) $\frac{3}{6}$; 3) $\frac{5}{10}$; 4) $\frac{4}{8}$;
5) $\frac{6}{12}$; 6) $\frac{5}{15}$; 7) $\frac{7}{21}$; 8) $\frac{9}{36}$.

7.25.° Сократите дробь:

1) $\frac{6}{15}$; 2) $\frac{9}{24}$; 3) $\frac{10}{25}$; 4) $\frac{32}{44}$;
5) $\frac{28}{49}$; 6) $\frac{70}{84}$; 7) $\frac{36}{63}$; 8) $\frac{48}{72}$.

7.26. Разложите числитель и знаменатель дроби на простые множители и сократите ее:

1) $\frac{462}{798}$; 2) $\frac{78}{468}$; 3) $\frac{2405}{1155}$; 4) $\frac{1140}{3480}$.

7.27. Найдите наибольший общий делитель числителя и знаменателя дроби и сократите ее:

1) $\frac{144}{160}$; 2) $\frac{81}{144}$; 3) $\frac{175}{250}$;
4) $\frac{82}{287}$; 5) $\frac{108}{132}$; 6) $\frac{125}{875}$.

7.28. Сократите дробь:

1) $\frac{225}{600}$; 2) $\frac{500}{875}$; 3) $\frac{750}{1000}$; 4) $\frac{1250}{3750}$.

7.29. Выпишите несократимые дроби:

- 1) $\frac{3}{13}$; 2) $\frac{4}{64}$; 3) $\frac{9}{91}$; 4) $\frac{15}{45}$;
 5) $\frac{24}{35}$; 6) $\frac{6}{7}$; 7) $\frac{15}{16}$; 8) $\frac{21}{24}$;
 9) $\frac{9}{12}$; 10) $\frac{17}{51}$.

7.30. Запишите 3 сократимые дроби и 3 несократимые дроби:

- 1) с числителем 3;
 2) с числителем 8;
 3) со знаменателем 8;
 4) со знаменателем 10.

7.31. Среди чисел 2, 3, 4, 8, 10, 15 найдите пары взаимно простых чисел и составьте из них несократимые дроби.

7.32. Подберите натуральное число — значение переменной так, чтобы равенство было верным:

- 1) $\frac{3}{7} = \frac{a}{28}$; 2) $\frac{4}{15} = \frac{16}{c}$;
 3) $\frac{b}{9} = \frac{63}{81}$; 4) $\frac{2}{p} = \frac{6}{39}$.

7.33. Запишите несократимую дробь, равную:

- 1) $\frac{18}{45}$; 2) $\frac{14}{21}$; 3) $\frac{10}{35}$;
 4) $\frac{21}{27}$; 5) $\frac{49}{28}$; 6) $\frac{96}{60}$.

7.34. Сократите дробь:

- | | |
|---|---|
| 1) $\frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 5^2};$ | 2) $\frac{2 \cdot 3^2 \cdot 7}{2^2 \cdot 3 \cdot 7^2};$ |
| 3) $\frac{2 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 7}{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5};$ | 4) $\frac{2 \cdot 3^2 \cdot 11}{3 \cdot 5 \cdot 11}.$ |

7.35. Дробь сначала сократили на 2, затем на 3, а потом на 7. На какое число сократили дробь?

7.36. Никита сократил дробь сначала на 2, затем на 5 и потом на 11. На какое число надо умножить числитель и знаменатель сокращенной дроби, чтобы получить первоначальную дробь?

7.37. Сокращая последовательно дробь $\frac{k}{n}$ на 2, на 3, на 5 и на 7, ученик получил $\frac{2}{11}$. Найдите первоначальную дробь $\frac{k}{n}$.

Запишите результат в виде несократимой дроби (7.38—7.42).

7.38. Какую часть километра составляют:

- | | |
|-----------|-----------|
| 1) 500 м; | 2) 250 м; |
| 3) 800 м; | 4) 750 м? |

7.39. Какую часть тонны составляют:

- | | |
|------------|------------|
| 1) 400 кг; | 2) 350 кг; |
| 3) 875 кг; | 4) 680 кг? |

7.40. Какую часть гектара составляют:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| 1) 50 а; | 2) 40 а; |
| 3) 350 м ² ; | 4) 500 м ² ? |

7.41. Какую часть часа составляют:

- | | |
|------------|------------|
| 1) 45 мин; | 2) 40 мин; |
| 3) 30 мин; | 4) 20 мин? |

7.42. Выразите в метрах:

- | | |
|-----------|---------------|
| 1) 60 см; | 2) 5 дм; |
| 3) 8 дм; | 4) 7 дм 5 см. |

7.43. Какую часть от числа всех дней года составляют дни сентября, если это:

- | | |
|--------------------|-----------------------|
| 1) високосный год; | 2) не високосный год? |
|--------------------|-----------------------|

7.44. Число выходных дней в году может достигать 105. Какую часть от числа всех дней года могут составлять 105 выходных дней, если это:

- | | |
|--------------------|-----------------------|
| 1) високосный год; | 2) не високосный год? |
|--------------------|-----------------------|

7.45. Будем считать, что одна шахматная фигура занимает одну клетку шахматной доски. Какую часть от числа всех клеток шахматной доски занимают:

- 1) все шахматные фигуры;
- 2) фигуры одного цвета;
- 3) черные пешки;
- 4) король и ферзь одного цвета?

7.46. В проехавшем товарном поезде ребята насчитали 30 вагонов, 15 платформ и 5 цистерн. Какую часть от числа всех указанных составляющих товарного поезда занимают:

- 1) вагоны;
- 2) платформы;
- 3) цистерны?

7.47. На дачном участке площадью 6 соток строят бассейн прямоугольной формы $10\text{ м} \times 6\text{ м}$. Какую часть площади дачного участка займет бассейн?

7.48. Какую часть площади пришкольного участка заняла географическая площадка, если под нее отвели 1500 м^2 из общей площади участка в 3 га?

7.49. На участке площадью 28 ар создана фитоплантация (плантация лекарственных растений) в форме квадрата со стороной 20 м. Какую часть площади этого участка отвели под фитоплантацию?

7.50. Какую часть в подготовленной для варки мармелада массе составляет сахар, если по рецепту для этого берут 500 г сахара на 1 кг яблочного пюре?

7.3. Приведение дробей к общему знаменателю

Если дроби имеют одинаковые знаменатели, то говорят, что они имеют **общий знаменатель**. Например, дроби $\frac{23}{54}$ и $\frac{17}{54}$ имеют общий знаменатель 54.

Дроби $\frac{2}{7}$ и $\frac{3}{4}$ имеют разные знаменатели. Но можно найти равные им дроби с одинаковыми знаменателями. Для этого возьмем какое-нибудь общее кратное чисел 7 и 4, например 28. Используя основное свойство дроби, находим дробь со знаменателем 28, равную $\frac{2}{7}$:

$$\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{8}{28}.$$

Число 4, на которое умножили числитель и знаменатель дроби $\frac{2}{7}$, называют ее **дополнительным множителем**. (Чтобы его найти, нужно общий знаменатель 28 разделить на 7 — знаменатель данной дроби.)

Найдем дробь со знаменателем 28, равную дроби $\frac{3}{4}$. Для этого умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{4}$ на ее дополнительный множитель 7 (его получим, разделив 28 на 4):

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} = \frac{21}{28}.$$

Итак,

$$\frac{2}{7} = \frac{8}{28}, \quad \frac{3}{4} = \frac{21}{28}.$$

Говорят, что *привели дроби $\frac{2}{7}$ и $\frac{3}{4}$ к общему знаменателю 28.*



Привести дроби к общему знаменателю — это значит найти равные им дроби с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} \quad \text{и} \quad \frac{c}{d} = \frac{b \cdot c}{b \cdot d}$$

Пример 1. Привести дроби $\frac{2}{7}$ и $\frac{3}{4}$ к знаменателю 56.

Решение.

$$\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{16}{56} \quad \text{и} \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 14}{4 \cdot 14} = \frac{42}{56}.$$

Общим знаменателем двух дробей может служить произведение их знаменателей. Но обычно стараются привести дроби к наименьшему общему знаменателю.



Наименьший общий знаменатель несократимых дробей равен наименьшему общему кратному их знаменателей.

Пример 2. Привести к наименьшему общему знаменателю дроби $\frac{5}{24}$ и $\frac{7}{18}$.

Решение. Поскольку

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3;$$

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3,$$

то НОК $(24; 18) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$.

Дополнительный множитель для дроби $\frac{5}{24}$ равен

$72 : 24 = 3$, а для дроби $\frac{7}{18}$ равен $72 : 18 = 4$.

Умножив числитель и знаменатель каждой дроби на ее дополнительный множитель, получим:

$$\frac{5}{24} = \frac{5 \cdot 3}{24 \cdot 3} = \frac{15}{72}; \quad \frac{7}{18} = \frac{7 \cdot 4}{18 \cdot 4} = \frac{28}{72}.$$

Сократимые дроби, которые приводят к общему знаменателю, сначала сокращают, а затем пользуются следующим правилом.



Чтобы привести дроби к общему знаменателю, можно:

- 1) найти НОК их знаменателей;
- 2) найти их дополнительные множители;
- 3) умножить числитель и знаменатель каждой дроби на ее дополнительный множитель.

Вопросы

1. Что значит: привести дроби к общему знаменателю?
2. Чему равен наименьший общий знаменатель несократимых дробей?
3. Как можно привести дроби к общему знаменателю?
4. Как найти дополнительный множитель для каждой дроби, зная их общий знаменатель?



Упражнения

7.51.° Приведите к общему знаменателю дроби:

1) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$;

2) $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{10}$;

3) $\frac{1}{15}$ и $\frac{1}{12}$;

4) $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{12}$.

7.52.° Приведите к знаменателю 108 дробь:

1) $\frac{1}{6}$;

2) $\frac{4}{9}$;

3) $\frac{5}{12}$;

4) $\frac{7}{18}$;

5) $\frac{3}{4}$;

6) $\frac{1}{36}$.

7.53.° Приведите к знаменателю 60 дробь:

1) $\frac{2}{3}$;

2) $\frac{1}{4}$;

3) $\frac{2}{5}$;

4) $\frac{7}{12}$;

5) $\frac{4}{15}$;

6) $\frac{9}{20}$.

7.54.° К какому общему знаменателю можно привести дроби:

1) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$;

2) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$;

3) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{5}$;

4) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$;

5) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{15}$;

6) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$?

7.55. К какому общему знаменателю можно привести дроби:

1) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{8}$;

2) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{12}$;

7.3. Приведение дробей к общему знаменателю

3) $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}$ и $\frac{1}{15}$;

4) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}$ и $\frac{1}{8}$;

5) $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$ и $\frac{1}{30}$;

6) $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ и $\frac{1}{24}$?

7.56. Приведите к общему знаменателю 24 дроби:

1) $\frac{5}{6}$ и $\frac{5}{8}$;

2) $\frac{7}{12}$ и $\frac{3}{8}$;

3) $\frac{1}{2}$ и $\frac{4}{3}$;

4) $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{4}$.

Приведите к наименьшему общему знаменателю дроби (7.57—7.60).

7.57.°

1) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{7}$;

2) $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{5}$;

3) $\frac{4}{9}$ и $\frac{3}{8}$;

4) $\frac{1}{2}$ и $\frac{9}{11}$;

5) $\frac{6}{7}$ и $\frac{2}{3}$;

6) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{5}$.

7.58.°

1) $\frac{7}{30}$ и $\frac{4}{45}$;

2) $\frac{3}{20}$ и $\frac{6}{25}$;

3) $\frac{2}{25}$ и $\frac{4}{35}$;

4) $\frac{11}{30}$ и $\frac{2}{75}$.

7.59.

1) $\frac{2}{6}$ и $\frac{2}{3}$;

2) $\frac{5}{9}$ и $\frac{4}{18}$;

3) $\frac{32}{48}$ и $\frac{10}{12}$;

4) $\frac{7}{8}$ и $\frac{32}{64}$.

7.60.

1) $\frac{3}{5}$ и $\frac{7}{25}$;

2) $\frac{11}{60}$ и $\frac{8}{15}$;

3) $\frac{4}{45}$ и $\frac{2}{9}$;

4) $\frac{5}{24}$ и $\frac{25}{72}$.

7.61. Среди участников юношеской спартакиады легкоатлетов оказалось в 6 раз, или на 60 спортсменов, больше, чем тяжелоатлетов. Сколько легкоатлетов и сколько тяжелоатлетов участвовало в спартакиаде?

7.62. Корм для морской свинки состоит из 2 частей сухофруктов, 5 частей зерен злаков и 11 частей свежих овощей и фруктов. Сколько свежих овощей и фруктов содержится в порции корма массой 90 г?

7.4. Сравнение дробей

К приходу гостей торт разрезали на 20 равных кусков (рис. 51). Но гостей пришло меньше, чем ожидалось. Поэтому Маше досталось 2 куска, т. е.

$\frac{2}{20}$ торта, а сладкоежке Саше дали целых 3 куска,

т. е. $\frac{3}{20}$ торта.

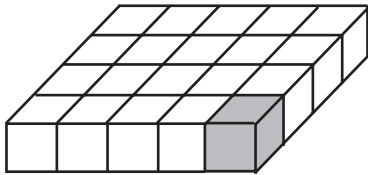


Рис. 51

7.4. Сравнение дробей

Маша получила торта меньше, чем Саша. Значит, дробь $\frac{2}{20}$ меньше дроби $\frac{3}{20}$. Это записывают неравенством: $\frac{2}{20} < \frac{3}{20}$ (читают: $\frac{2}{20}$ меньше $\frac{3}{20}$).

Отрезок AB (рис. 52) разделен на 11 равных частей; отрезок AC содержит 4 такие части, AD — 7 частей.

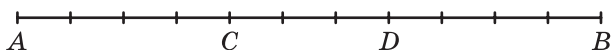


Рис. 52

Примем длину отрезка AB за единицу. Тогда длина отрезка AC равна $\frac{4}{11}$, а длина отрезка AD — $\frac{7}{11}$. Отрезок AD длиннее отрезка AC , соответственно, дробь $\frac{7}{11}$ больше дроби $\frac{4}{11}$.

Результат сравнения записывают так: $\frac{7}{11} > \frac{4}{11}$.



Из двух дробей с одинаковыми знаменателями меньше та, числитель которой меньше, и больше та, числитель которой больше.

Значит,

$$\frac{a}{m} < \frac{b}{m}, \text{ если } a < b$$
$$\frac{a}{m} > \frac{b}{m}, \text{ если } a > b$$

Так, $\frac{17}{21} < \frac{19}{21}$, а $\frac{19}{21} > \frac{17}{21}$, поскольку $17 < 19$, а $19 > 17$.

А как сравнить дроби с разными знаменателями, например, $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{12}$? Сначала их приводят к общему знаменателю:

$$\frac{3}{8} = \frac{9}{24}; \quad \frac{5}{12} = \frac{10}{24}.$$

А затем пользуются правилом сравнения дробей с одинаковыми знаменателями:

$$\text{так как } 9 < 10, \text{ то } \frac{9}{24} < \frac{10}{24}.$$

$$\text{Значит, } \frac{3}{8} < \frac{5}{12}.$$



Чтобы сравнить две дроби с разными знаменателями, можно привести их к общему знаменателю и воспользоваться правилом сравнения дробей с одинаковыми знаменателями.

Вопросы

1. Как сравнить две дроби с одинаковыми знаменателями?
2. Как можно сравнить две дроби с разными знаменателями?



Упражнения

7.63.° Прочитайте неравенство:

$$1) \frac{1}{2} < \frac{3}{2};$$

$$2) \frac{4}{5} > \frac{3}{5};$$

$$3) \frac{7}{8} > 0;$$

$$4) \frac{6}{11} < \frac{9}{11}.$$

7.64.° Сравните дроби:

1) $\frac{3}{25}$ и $\frac{7}{25}$;

2) $\frac{14}{15}$ и $\frac{11}{15}$;

3) $\frac{72}{95}$ и $\frac{27}{95}$;

4) $\frac{111}{2000}$ и $\frac{101}{2000}$.

7.65.° Расположите дроби $\frac{3}{17}, \frac{6}{17}, \frac{5}{17}, \frac{1}{17}, \frac{19}{17}, \frac{11}{17}, \frac{49}{17}$ по возрастанию.

7.66.° Расположите дроби $\frac{14}{31}, \frac{1}{31}, \frac{4}{31}, \frac{28}{31}, \frac{13}{31}, \frac{102}{31}, \frac{10}{31}$ по убыванию.

7.67. Запишите все дроби со знаменателем 6, расположенные между числами:

1) $\frac{1}{6}$ и $\frac{11}{6}$;

2) 0 и $\frac{13}{6}$.

7.68. Назовите дробь, которая больше дроби:

1) $\frac{9}{4}$;

2) $\frac{7}{15}$;

3) $\frac{73}{75}$;

4) $\frac{105}{2}$.

7.69. Назовите дробь, которая меньше дроби:

1) $\frac{3}{4}$;

2) $\frac{6}{11}$;

3) $\frac{8}{17}$;

4) $\frac{175}{225}$.

7.70. Вместо знака $\otimes$ поставьте такую цифру, чтобы получилось верное числовое неравенство:

1) $\frac{\otimes}{7} < \frac{2}{7}$;

2) $\frac{11}{25} > \frac{1 \otimes}{25}$;

3) $\frac{3 \otimes 4}{527} > \frac{393}{527}$;

4) $\frac{105}{812} < \frac{1 \otimes 5}{812}$.

7.71. Сравните дроби:

1) $\frac{2}{5}$ и $\frac{5}{11}$;

2) $\frac{3}{8}$ и $\frac{2}{7}$;

3) $\frac{4}{15}$ и $\frac{2}{5}$;

4) $\frac{7}{18}$ и $\frac{4}{9}$.

7.72. Сравните дроби:

1) $\frac{5}{8}$ и $\frac{19}{24}$;

2) $\frac{5}{16}$ и $\frac{9}{40}$;

3) $\frac{5}{72}$ и $\frac{1}{12}$;

4) $\frac{8}{21}$ и $\frac{11}{35}$.

7.73. Какая из двух дробей меньше:

1) $\frac{3}{11}$ или $\frac{5}{22}$;

2) $\frac{21}{25}$ или $\frac{13}{15}$?

7.74. Какая из двух дробей больше:

1) $\frac{11}{28}$ или $\frac{13}{42}$;

2) $\frac{6}{38}$ или $\frac{3}{19}$?

7.75. Какая из дробей $\frac{3}{5}$, $\frac{14}{25}$, $\frac{46}{75}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{1}{3}$:

1) наименьшая;

2) наибольшая?

7.76. Расположите дроби $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{17}{20}$ по возрастанию.

7.77. Расположите дроби $\frac{7}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ по убыванию.

7.78. Укажите три дроби, которые меньше дроби:

1) $\frac{1}{2}$;

2) $\frac{1}{3}$;

3) $\frac{1}{4}$;

4) $\frac{1}{100}$;

5) $\frac{1}{999}$;

6) $\frac{1}{1111}$.

7.79. Сравните:

- 1) $\frac{1}{2}$ м² и площадь вашего класса;
- 2) $\frac{2}{5}$ км и длину спортзала вашей школы;
- 3) $\frac{3}{5}$ л и объем поллитровой банки;
- 4) $\frac{3}{4}$ кг и массу этой книги.

7.80.* Сравните дроби, не приводя их к общему знаменателю, и сформулируйте правило, которым можно воспользоваться в этих и подобных случаях:

- 1) $\frac{4}{9}$ и $\frac{4}{7}$;
- 2) $\frac{8}{21}$ и $\frac{8}{17}$;
- 3) $\frac{1025}{971}$ и $\frac{1025}{917}$;
- 4) $\frac{153}{435}$ и $\frac{153}{453}$.

7.81. Какая из двух дробей меньше, если m — натуральное число, $m > 2$:

- 1) $\frac{m}{3}$ и $\frac{m}{2}$;
- 2) $\frac{8}{m}$ и $\frac{9}{m}$;
- 3) $\frac{6}{m}$ и $\frac{6}{m+1}$;
- 4) $\frac{18}{m}$ и $\frac{18}{m-1}$?

7.82. Сократите дроби $\frac{18}{45}, \frac{33}{55}, \frac{14}{21}, \frac{48}{54}, \frac{68}{85}$ и расположите их по убыванию.

7.83. Сократите дроби $\frac{19}{95}, \frac{41}{82}, \frac{26}{39}, \frac{99}{990}, \frac{60}{72}$ и расположите их по возрастанию.

7.84.* В школьной библиотеке учебная литература составляет $\frac{2}{7}$ всех книг, художественная — $\frac{2}{5}$, научно-популярная — $\frac{2}{9}$. Какой литературы в библиотеке больше?

7.85. Под фруктовые деревья и кустарники отвели $\frac{3}{7}$ площади, а под декоративные кусты — $\frac{2}{5}$ площади. Какие посадки занимают большую площадь?

7.86.* Коля и Лена играли в настольный хоккей. Коля из 12 бросков попал 10 раз, Лена сделала 9 результативных бросков из 10. Кто из ребят играл лучше?

7.87.* За первые три дня путины рыболовное судно выловило 11 т рыбы, а за следующие четыре дня — 14 т. В какие дни улов был лучше — в первые три дня или в следующие четыре?

7.5. Правильные и неправильные дроби

У дроби $\frac{8}{11}$ числитель меньше знаменателя. Такая дробь называется *правильной*. А у дроби $\frac{19}{11}$ числитель больше знаменателя. Такая дробь называется *неправильной*. Дробь $\frac{11}{11}$, у которой числитель равен знаменателю, также называется неправильной.



Дробь называется правильной, если ее числитель меньше ее знаменателя.

Дробь называется неправильной, если ее числитель больше знаменателя или равен ему.

Сравним с числом 1 правильную дробь $\frac{8}{11}$. Получим:

$$\frac{8}{11} < 1 \text{ (объясните почему).}$$

Вообще,



каждая правильная дробь меньше 1.

Сравним с числом 1 неправильные дроби $\frac{19}{11}$ и $\frac{11}{11}$.

Получим:

$$\frac{19}{11} > 1 \text{ и } \frac{11}{11} = 1 \text{ (объясните почему).}$$

Вообще,



каждая неправильная дробь больше или равна 1.

Из того, что каждая правильная дробь меньше 1, а каждая неправильная дробь больше или равна 1, следует, что ***каждая правильная дробь меньше каждой неправильной, а каждая неправильная дробь больше каждой правильной дроби.***

Немецкая поговорка «Попасть в дроби» означает то же самое, что у нас «Попасть в переплет», т. е. попасть в затруднительное положение.

Вопросы

1. Какая дробь называется правильной? неправильной?
2. Какое из двух чисел меньше:
 - а) правильная дробь или неправильная дробь;
 - б) правильная дробь или 1;
 - в) неправильная дробь или 1?



Упражнения

7.88. Длина отрезка MN равна 10 см. Начертите отрезок, длина которого составляет от длины отрезка MN :

- 1) $\frac{4}{5}$; 2) $\frac{6}{5}$; 3) $\frac{9}{10}$; 4) $\frac{11}{10}$.

7.89.° Среди дробей $\frac{5}{11}, \frac{17}{21}, \frac{32}{31}, \frac{29}{31}, \frac{99}{10}, \frac{99}{100}, \frac{35}{35}, \frac{83}{93}$ найдите:

- 1) правильные дроби; 2) неправильные дроби.

7.90.° Запишите все правильные дроби со знаменателем:

- 1) 2; 2) 3; 3) 5; 4) 10.

7.91.° Запишите все неправильные дроби с числителем:

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 7.

7.92. Запишите три правильные дроби с числителем:

- 1) 1; 2) 6; 3) 11; 4) 19.

7.93. Запишите три неправильные дроби со знаменателем:

- 1) 1; 2) 8; 3) 14; 4) 23.

7.94. Составьте, используя числа 1, 4, 8 не более чем по одному разу, все возможные:

- 1) правильные дроби; 2) неправильные дроби.

7.95.* Составьте, используя числа 18, 139, 516, 9001, все возможные:

- 1) правильные дроби; 2) неправильные дроби.

7.5. Правильные и неправильные дроби

7.96. 1) Запишите наибольшую правильную дробь:

- а) со знаменателем 14; б) с числителем 14.

2) Запишите наименьшую неправильную дробь:

- а) с числителем 31; б) со знаменателем 37.

3) Запишите наибольшую неправильную дробь с числителем:

- а) 140; б) 150.

7.97.° Сравните дроби:

1) $\frac{3}{14}$ и $\frac{14}{3}$;

2) $\frac{5}{6}$ и $\frac{6}{5}$;

3) $\frac{2}{17}$ и 1;

4) 1 и $\frac{17}{2}$;

5) $\frac{22}{23}$ и $\frac{23}{23}$;

6) $\frac{48}{48}$ и 1.

7.98. Выразите:

1) $\frac{107}{50}$ км² в гектарах;

2) $\frac{19}{4}$ ч в минутах;

3) $\frac{5}{2}$ кг в граммах;

4) $\frac{11}{5}$ а в квадратных метрах.

7.99.* При каких натуральных значениях a дробь $\frac{8-a}{a}$ является:

- 1) неправильной; 2) правильной?

7.100.* При каких натуральных значениях k дробь $\frac{k}{7-k}$ является:

- 1) правильной; 2) неправильной?

7.101. Правильной или неправильной является дробь, у которой:

- 1) числитель на 3 меньше знаменателя;
- 2) знаменатель на 3 больше числителя;
- 3) числитель в 3 раза больше знаменателя;
- 4) знаменатель в 3 раза меньше числителя?

7.102. Запишите дробь $\frac{18}{c}$, где c равно:

- 1) 15; 2) 18; 3) 27;
- 4) 36; 5) 12; 6) 54.

Какие из полученных дробей являются неправильными?

7.103. Запишите дробь $\frac{q}{15}$, где q равно:

- 1) 3; 2) 25; 3) 30;
- 4) 10; 5) 15; 6) 9.

Какие из полученных дробей являются правильными?

7.104. Найдите сумму всех значений a , при которых дробь:

- 1) $\frac{a}{8}$ — правильная; 2) $\frac{8}{a}$ — неправильная.



Задачи на повторение

7.105. Упростите выражение:

- 1) $3 \cdot m + 4 \cdot n + 2 \cdot a - m + n + 7 \cdot a$;
- 2) $2 \cdot (3 \cdot t + 5 \cdot k) - 5 \cdot t + k$.

7.106. Упростите выражение и вычислите его значение:

- 1) $12 \cdot (x - 3) + 2 \cdot x$ при $x = 5$;
- 2) $4 \cdot x - 8 + 9 \cdot x + (3 - 3 \cdot x) \cdot 4$ при $x = 29$.

7.107. Решите уравнение:

- | | |
|--|---------------------------------------|
| 1) $x + 4 \cdot 250 = 21 \cdot 50$; | 2) $11 \cdot 54 - x = 20 \cdot 29$; |
| 3) $(5 \cdot 19) \cdot x = 380 : 2$; | 4) $(18 \cdot 9) : x = 324 : 4$; |
| 5) $x \cdot (40 + 90) = 2600 : 5$; | 6) $x : (290 - 140) = 48 : 8$; |
| 7) $x - (3^3 - 4^2) = 2^3 \cdot 5^2$; | 8) $x \cdot (6^2 + 8^2) = 10^3$; |
| 9) $(7^2 \cdot x - 6^2) + 3^3 = 40$; | 10) $2^2 \cdot x - 8^2 + 5^2 = 7^2$. |

7.108. У Максима было 10 яблок и столько же груш. Он съел несколько груш и яблоко. Сколько осталось груш, если их стало в 3 раза меньше, чем яблок?

7.109. На первой полке стоит 75 книг, на второй — 27. Сколько книг нужно переставить с первой полки на вторую, чтобы на ней их оказалось в 2 раза меньше, чем на первой?

7.110. Из населенного пункта выехал автомобиль со скоростью $60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а через 2 ч следом за ним выехал другой автомобиль, скорость которого на $20 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ больше. Через какое время второй автомобиль догонит первый? Сделайте чертеж по условию задачи.

7.111. Туристы проплыли на плоту 75 км за 25 ч. Назад они вернулись на моторной лодке, собственная скорость которой $28 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Какое время туристы плыли назад? Сделайте чертеж по условию задачи.

7.112. Определите градусную меру угла, равную:

- 1) $\frac{2}{3}$ меры прямого угла;
- 2) $\frac{2}{3}$ меры развернутого угла.

7.113. Цена деления шкалы линейки равна 1 мм. Выразите цену деления в:

- 1) сантиметрах; 2) дециметрах; 3) метрах.

7.114. Из вершины прямого угла проведен луч, который делит прямой угол на два угла. Один из этих углов составляет $\frac{1}{3}$ прямого угла. Определите градусные меры обоих углов и постройте их.

7.115. Прямоугольник $AKPT$ состоит из трех квадратов (рис. 53). Периметр меньшего квадрата равен 8 дм. Найдите периметр $AKPT$.

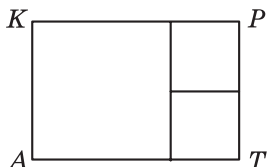


Рис. 53

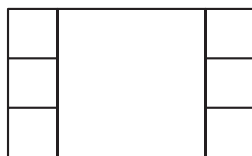


Рис. 54

7.116. Прямоугольник состоит из семи квадратов (рис. 54). Периметр большего квадрата равен 12 см. Найдите периметр прямоугольника.

7.117.* Из шести одинаковых цифр и знаков действий составьте выражение, значение которого равно 100.

7.118.* В двух сосудах содержится по 180 л воды. Из одного сосуда вытекает в минуту 24 л, а из другого — 18 л. Через сколько минут в одном из сосудов останется в 2 раза больше воды, чем в другом?

7.119.* Увеличится или уменьшится дробь $\frac{15}{16}$, если из ее числителя и знаменателя вычесть число 5?

7.120.* Решите задачу 7.119 для дроби $\frac{16}{15}$.

Глава 8

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

8.1. Сложение дробей с одинаковыми знаменателями

Отрезок AB (рис. 55) разделен на 11 равных частей: AC содержит 3 такие части, а CD — 5 частей.

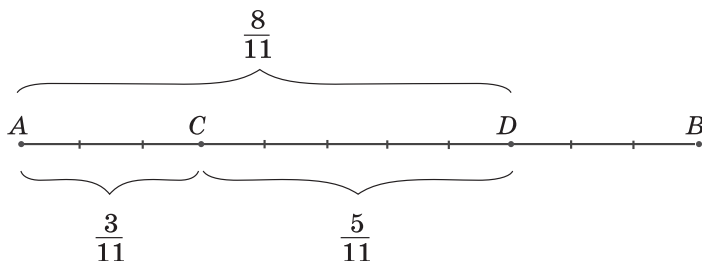


Рис. 55

Примем длину отрезка AB за единицу. Тогда длина отрезка AC равна $\frac{3}{11}$, длина отрезка CD равна $\frac{5}{11}$, длина отрезка AD равна $\frac{8}{11}$. Но длина отрезка AD равна сумме длин отрезков AC и CD . Поэтому

$$\frac{3}{11} + \frac{5}{11} = \frac{8}{11}.$$

Заметим, что $\frac{3}{11} + \frac{5}{11} = \frac{3+5}{11}$. Числа $\frac{3}{11}$ и $\frac{5}{11}$ называются **слагаемыми**, а число $\frac{8}{11}$ — их **суммой**.

Вообще,



суммой дробей с одинаковыми знаменателями является дробь, числитель которой равен сумме числителей слагаемых, а знаменатель равен знаменателю слагаемых.

Это правило можно записать формулой:

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a + b}{n}$$

Итак:



при сложении дробей с одинаковыми знаменателями знаменатель остается прежним, а числители складываются.

При сложении дроби и нуля мы пользуемся правилом:

$$\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

Покажем на примерах, как складывают дроби:

а) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3+2}{7} = \frac{5}{7};$

б) $\frac{4}{9} + \frac{7}{9} = \frac{4+7}{9} = \frac{11}{9};$

в) $\frac{4}{11} + \frac{7}{11} = \frac{4+7}{11} = \frac{11}{11} = 1;$

г) $\frac{9}{11} + \frac{24}{11} = \frac{9+24}{11} = \frac{33}{11} = 3;$

д) $\frac{5}{14} + \frac{3}{14} = \frac{5+3}{14} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}.$

8.1. Сложение дробей с одинаковыми знаменателями

Вопросы

1. Чему равна сумма дробей с одинаковыми знаменателями?
2. Какой формулой можно записать правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями?



Упражнения

8.1.° Вычислите:

1) $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$;

2) $\frac{2}{9} + \frac{5}{9}$;

3) $\frac{3}{11} + \frac{6}{11}$;

4) $\frac{5}{13} + \frac{3}{13}$.

8.2.° Найдите сумму дробей:

1) $\frac{5}{11} + \frac{6}{11}$;

2) $\frac{7}{15} + \frac{8}{15}$;

3) $\frac{5}{12} + \frac{11}{12} + \frac{1}{12} + \frac{7}{12}$;

4) $\frac{11}{18} + \frac{23}{18} + \frac{13}{18} + \frac{7}{18}$.

8.3.° Найдите сумму дробей:

1) $\frac{5}{21} + \frac{2}{21}$;

2) $\frac{15}{32} + \frac{9}{32}$;

3) $\frac{6}{25} + \frac{9}{25}$;

4) $\frac{14}{33} + \frac{8}{33}$.

8.4. Вычислите:

1) $\frac{237}{1000}$ кг + $\frac{153}{1000}$ кг;

2) $\frac{391}{1000}$ км + $\frac{109}{1000}$ км;

3) $\frac{49}{60}$ мин + $\frac{11}{60}$ мин;

4) $\frac{19}{100}$ га + $\frac{31}{100}$ га.

8.5. Найдите сумму величин и результат выразите натуральным числом, изменив единицу измерения:

- 1) $\frac{13}{125}$ км + $\frac{12}{125}$ км; 2) $\frac{11}{20}$ м + $\frac{9}{20}$ м;
 3) $\frac{4}{15}$ мин + $\frac{8}{15}$ мин; 4) $\frac{5}{12}$ ч + $\frac{1}{12}$ ч.

8.6. Запишите дробь, которая:

- 1) на $\frac{1}{18}$ больше $\frac{5}{18}$; 2) на $\frac{1}{24}$ больше $\frac{7}{24}$;
 3) на $\frac{3}{40}$ больше $\frac{17}{40}$; 4) на $\frac{15}{49}$ больше $\frac{6}{49}$.

8.7. Найдите значение выражения:

- 1) $\left(\frac{101}{500} + \frac{211}{500}\right) + \frac{213}{500}$; 2) $\frac{283}{450} + \left(\frac{121}{450} + \frac{46}{450}\right)$.

8.8. Найдите значение выражения $\frac{4}{45} + a$, если a равно:

- 1) $\frac{1}{45}$; 2) $\frac{14}{45}$; 3) $\frac{23}{45}$; 4) $\frac{41}{45}$.

8.9. Представьте дробь в виде суммы двух дробей с одинаковыми знаменателями:

- 1) $\frac{2}{7}$; 2) $\frac{3}{11}$; 3) $\frac{5}{21}$; 4) $\frac{19}{34}$.

8.10.* Представьте дробь $\frac{1}{7}$ в виде суммы:

- 1) пяти равных слагаемых;
 2) четырех равных слагаемых.

8.11. Найдите периметр треугольника ABC со сторонами $AB = \frac{4}{25}$ м, $BC = \frac{7}{25}$ м, $AC = \frac{9}{25}$ м.

8.12. Для приготовления фруктового салата взяли $\frac{3}{20}$ кг яблок, $\frac{7}{20}$ кг бананов, $\frac{9}{20}$ кг апельсинов и $\frac{1}{20}$ кг киви. Сколько килограммов фруктов потребовалось для салата?

8.13. Найдите скорость катера по течению реки, если его собственная скорость $\frac{9}{20}$ $\frac{\text{км}}{\text{мин}}$, а скорость течения реки $\frac{1}{20}$ $\frac{\text{км}}{\text{мин}}$.

8.14. На $\frac{5}{27}$ площади фруктового сада растут вишни, на $\frac{3}{27}$ — сливы, на $\frac{1}{27}$ — алыча. Какова площадь фруктового сада, если под вишни, сливы и алычу отведено 100 га?

8.2. Сложение дробей с разными знаменателями



Чтобы сложить дроби с разными знаменателями, нужно привести их к общему знаменателю и воспользоваться правилом сложения дробей с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{b \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

Покажем на примерах, как складывают дроби:

$$\text{а) } \frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 7} + \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{21}{35} + \frac{10}{35} = \frac{21 + 10}{35} = \frac{31}{35};$$

$$\text{б) } \frac{3}{10} + \frac{11}{15} = \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 3} + \frac{11 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{9}{30} + \frac{22}{30} = \frac{9 + 22}{30} = \frac{31}{30};$$

$$\text{в) } \frac{3}{10} + \frac{5}{14} = \frac{3 \cdot 7}{10 \cdot 7} + \frac{5 \cdot 5}{14 \cdot 5} = \frac{21}{70} + \frac{25}{70} = \frac{21 + 25}{70} = \frac{46}{70} = \frac{23}{35};$$

$$\text{г) } \frac{3}{5} + 6 = \frac{3}{5} + \frac{6}{1} = \frac{3}{5} + \frac{6 \cdot 5}{5} = \frac{3}{5} + \frac{30}{5} = \frac{3 + 30}{5} = \frac{33}{5}.$$

Обратите внимание: *чтобы сложить дробь и натуральное число, нужно это натуральное число записать в виде дроби и воспользоваться правилом сложения дробей:*

$$\frac{a}{b} + n = \frac{a}{b} + \frac{n}{1}$$

Обычно дроби приводят к наименьшему общему знаменателю. Это упрощает вычисления.

Окончательный результат следует записывать в виде несократимой дроби.

Вопросы

1. Как сложить дроби с разными знаменателями?
2. Как следует записывать результат сложения двух дробей?
3. Как сложить дробь и натуральное число?



Упражнения

8.15.° Найдите сумму дробей:

$$1) \frac{1}{2} + \frac{1}{5};$$

$$2) \frac{2}{3} + \frac{1}{7};$$

$$3) \frac{3}{4} + \frac{2}{5};$$

$$4) \frac{2}{9} + \frac{3}{11};$$

$$5) \frac{6}{11} + \frac{3}{8};$$

$$6) \frac{3}{10} + \frac{4}{9}.$$

8.16.° Вычислите:

1) $\frac{5}{12} + \frac{1}{6}$;

2) $\frac{4}{15} + \frac{7}{30}$;

3) $\frac{5}{28} + \frac{1}{14}$;

4) $\frac{12}{33} + \frac{1}{11}$;

5) $\frac{33}{56} + \frac{5}{8}$;

6) $\frac{5}{16} + \frac{3}{64}$.

8.17. Найдите значение выражения:

1) $\frac{1}{10} + \frac{11}{15}$;

2) $\frac{4}{18} + \frac{5}{12}$;

3) $\frac{2}{15} + \frac{4}{25}$;

4) $\frac{3}{16} + \frac{5}{24}$.

8.18. Найдите сумму дробей:

1) $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{7}{12}$;

2) $\frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{5}{6}$;

3) $\frac{1}{24} + \frac{2}{15} + \frac{1}{2}$;

4) $\frac{1}{7} + \frac{5}{21} + \frac{1}{28}$.

8.19. Вычислите сумму величин:

1) $\frac{3}{10}$ м + $\frac{7}{100}$ м;

2) $\frac{4}{120}$ км + $\frac{8}{25}$ км;

3) $\frac{8}{15}$ мин + $\frac{5}{12}$ мин;

4) $\frac{3}{4}$ т + $\frac{2}{125}$ т.

8.20. Найдите значение выражения:

1) $\frac{2}{5} + \left(\frac{4}{15} + \frac{7}{12} \right)$;

2) $\left(\frac{3}{8} + \frac{5}{24} \right) + \frac{7}{60}$;

3) $\left(\frac{5}{42} + \frac{4}{35} \right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{15} \right)$;

4) $\frac{23}{75} + \left(\frac{4}{25} + \frac{8}{15} \right) + \frac{8}{91}$.

8.21. Найдите дробь, которая:

1) на $\frac{2}{5}$ больше $\frac{4}{7}$;

2) на $\frac{1}{9}$ больше $\frac{1}{3}$;

3) на $\frac{1}{6}$ больше $\frac{1}{4}$;

4) на $\frac{1}{20}$ больше $\frac{7}{10}$.

8.22.° Вычислите:

1) $\frac{7}{12} + 2$;

2) $\frac{3}{14} + 3$;

3) $\frac{7}{30} + 5$;

4) $10 + \frac{11}{45}$.

8.23. Представьте дробь в виде суммы целого числа и правильной дроби:

1) $\frac{15}{8}$;

2) $\frac{47}{11}$;

3) $\frac{403}{400}$;

4) $\frac{713}{100}$.

8.24.* Не выполняя сложения дробей, сравните сумму дробей с числом 1:

1) $\frac{124}{125} + \frac{1}{25}$;

2) $\frac{4}{5} + \frac{7}{8}$;

3) $\frac{99}{100} + \frac{1}{1000}$;

4) $\frac{5}{11} + \frac{11}{5}$;

5) $\frac{19}{27} + \frac{16}{54}$;

6) $\frac{33}{34} + \frac{2}{68}$.

8.25. Найдите значение выражения $\frac{3}{20} + a$, если a равно:

1) $\frac{5}{8}$;

2) $\frac{2}{3}$;

3) $\frac{3}{4}$;

4) $\frac{4}{15}$;

5) 7;

6) 11.

8.26. Найдите значение выражения $m + \frac{5}{18}$, если m равно:

- 1) $\frac{5}{9}$; 2) $\frac{7}{12}$; 3) $\frac{4}{45}$;
 4) $\frac{11}{36}$; 5) 3; 6) $\frac{67}{18}$.

8.27. Найдите длину ленты (в метрах), которую разрезали на четыре части: $\frac{2}{5}$ м, $\frac{12}{25}$ м, $\frac{1}{2}$ м, $\frac{11}{20}$ м.

8.28. Найдите периметр треугольника, стороны которого равны $\frac{3}{4}$ м, $\frac{17}{20}$ м, $\frac{18}{25}$ м.

8.29. Найдите периметр прямоугольника, ширина которого равна $\frac{3}{4}$ дм, длина — на $\frac{2}{5}$ дм больше.

8.30. Высаженные в саду яблони занимают $\frac{10}{21}$ площади сада, груши — $\frac{5}{14}$ площади. Найдите площадь сада, если под яблони и груши отведено 35 га.

8.31. В течение первой половины месяца завод выполнил $\frac{13}{28}$ заказа, а во второй половине — на $\frac{1}{14}$ больше. Выполнил ли завод месячный заказ?

8.32.* Можно ли на отрезке AB отметить точку C таким образом, чтобы длина отрезка AC составляла $\frac{8}{15}$ длины отрезка AB , а длина отрезка BC составляла $\frac{11}{20}$ длины отрезка AB ? Обоснуйте ответ.

8.3. Законы сложения дробей

Пример 1. Вычислить и сравнить суммы:

$$\text{а) } \frac{2}{9} + \frac{5}{9}; \quad \text{б) } \frac{5}{9} + \frac{2}{9}.$$

Решение.

$$\text{а) } \frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9}; \quad \text{б) } \frac{5}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5+2}{9} = \frac{7}{9}.$$

Ответ: суммы равны.

Итак:

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{5}{9} + \frac{2}{9}.$$

Вообще, *для дробей*, как и для натуральных чисел, *выполняется переместительный закон сложения*:



от перестановки слагаемых сумма не меняется:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$$

Пример 2. Вычислить и сравнить суммы:

$$\text{а) } \left(\frac{4}{15} + \frac{2}{15} \right) + \frac{7}{15}; \quad \text{б) } \frac{4}{15} + \left(\frac{2}{15} + \frac{7}{15} \right).$$

Решение.

$$\text{а) } \left(\frac{4}{15} + \frac{2}{15} \right) + \frac{7}{15} = \frac{4+2}{15} + \frac{7}{15} = \frac{6}{15} + \frac{7}{15} = \frac{6+7}{15} = \frac{13}{15};$$

$$\text{б) } \frac{4}{15} + \left(\frac{2}{15} + \frac{7}{15} \right) = \frac{4}{15} + \frac{2+7}{15} = \frac{4}{15} + \frac{9}{15} = \frac{4+9}{15} = \frac{13}{15}.$$

Ответ: суммы равны.

Итак:

$$\left(\frac{4}{15} + \frac{2}{15}\right) + \frac{7}{15} = \frac{4}{15} + \left(\frac{2}{15} + \frac{7}{15}\right).$$

Вообще, *для дробей*, как и для натуральных чисел, *выполняется сочетательный закон сложения*:



чтобы к сумме двух чисел прибавить третье число, можно к первому числу прибавить сумму второго и третьего:

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{k}{n} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{k}{n}\right)$$

Или по-другому:



от изменения расстановки скобок сумма не меняется.

Как и для натуральных чисел, *сумму нескольких дробей можно записывать без скобок. Слагаемые в сумме можно менять местами и заключать в скобки произвольным образом.*

Переместительным и сочетательным законами пользуются для упрощения вычислений. Покажем, как это делают на примерах:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{2}{7} + \frac{3}{8} + \frac{4}{7} &= \left(\frac{2}{7} + \frac{4}{7}\right) + \frac{3}{8} = \frac{6}{7} + \frac{3}{8} = \frac{6 \cdot 8}{7 \cdot 8} + \frac{3 \cdot 7}{8 \cdot 7} = \\ &= \frac{48 + 21}{56} = \frac{69}{56}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{4}{11} + \frac{5}{13} + \frac{7}{11} + \frac{8}{13} &= \left(\frac{4}{11} + \frac{7}{11}\right) + \left(\frac{5}{13} + \frac{8}{13}\right) = \\ &= \frac{11}{11} + \frac{13}{13} = 2. \end{aligned}$$

Вопросы

1. Как формулируется переместительный закон сложения дробей?
2. Как формулируется сочетательный закон сложения дробей? (Дайте две формулировки.)



Упражнения

8.33.° Верно ли, что:

- 1) $\frac{15}{23} + \frac{7}{45} = \frac{7}{45} + \frac{15}{23}$;
- 2) $\frac{5}{6} + \frac{3}{14} = \frac{3}{14} + \frac{6}{5}$;
- 3) $\frac{12}{43} + \frac{17}{28} = \frac{17}{28} + \frac{13}{42}$;
- 4) $\frac{3}{16} + \frac{11}{12} = \frac{11}{12} + \frac{3}{16}$?

8.34.° Верно ли, что:

- 1) $\left(\frac{3}{7} + \frac{2}{14}\right) + \frac{13}{21} = \frac{3}{7} + \left(\frac{2}{14} + \frac{13}{21}\right)$;
- 2) $\left(\frac{5}{6} + \frac{7}{12}\right) + \frac{9}{20} = \frac{5}{6} + \left(\frac{7}{12} + \frac{9}{20}\right)$;
- 3) $\frac{2}{5} + \frac{1}{10} + \frac{7}{20} = \frac{1}{10} + \left(\frac{2}{5} + \frac{7}{20}\right)$;
- 4) $\frac{19}{21} + \left(\frac{5}{24} + \frac{2}{35}\right) = \left(\frac{19}{21} + \frac{5}{24}\right) + \frac{2}{35}$?

8.35. Используя каждую дробь по одному разу, составьте все возможные суммы и найдите их значения:

- 1) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ и $\frac{1}{5}$;
- 2) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$;
- 3) $\frac{1}{12}, \frac{7}{24}$ и $\frac{5}{18}$;
- 4) $\frac{4}{15}, \frac{1}{12}$ и $\frac{3}{20}$.

8.36. Найдите значение выражения:

1) $\frac{13}{25} + \frac{2}{7} + \frac{12}{25};$

2) $\frac{17}{42} + \frac{1}{7} + \frac{19}{42};$

3) $\frac{11}{30} + \frac{2}{5} + \frac{7}{30};$

4) $\frac{13}{45} + \frac{2}{9} + \frac{22}{45}.$

8.37. Найдите сумму дробей:

1) $\frac{2}{3} + \frac{2}{11} + \frac{1}{3} + \frac{4}{11};$

2) $\frac{3}{5} + \frac{3}{25} + \frac{1}{5} + \frac{7}{25};$

3) $\frac{5}{12} + \frac{23}{75} + \frac{38}{75} + \frac{7}{12} + \frac{14}{75};$

4) $\frac{1}{14} + \frac{20}{77} + \frac{3}{28} + \frac{13}{77} + \frac{11}{28}.$

8.38. Найдите значение выражения:

1) $\frac{5}{18} + \frac{43}{48} + \frac{13}{18} + \frac{5}{48};$

2) $\frac{5}{12} + \frac{5}{88} + \frac{39}{88} + \frac{1}{12};$

3) $\frac{11}{53} + \frac{9}{35} + \frac{22}{53} + \frac{17}{35} + \frac{20}{53} + \frac{6}{35};$

4) $\frac{50}{97} + \frac{64}{79} + \frac{77}{97} + \frac{60}{79} + \frac{67}{97} + \frac{34}{79}.$

8.39. Найдите значение выражения:

1) $5 + \frac{7}{24} + \frac{1}{2} + \frac{5}{24};$

2) $\frac{1}{5} + 4 + \frac{1}{3} + \frac{7}{15};$

$$3) 137 + \frac{418}{601} + 362 + \frac{183}{601};$$

$$4) \frac{169}{800} + \frac{169}{600} + 169 + \frac{231}{800} + \frac{131}{600}.$$

8.40. Вычислите сумму при $a = \frac{4}{15}$, $b = \frac{7}{30}$, $c = \frac{2}{9}$,
 $d = \frac{5}{18}$:

$$1) a + b;$$

$$2) c + d;$$

$$3) d + a + b;$$

$$4) a + b + c;$$

$$5) c + a + d;$$

$$6) c + d + b;$$

$$7) a + c + b + d;$$

$$8) d + a + b + c.$$

8.41. В наборе «Ассорти» три вида шоколадных конфет:
 $\frac{1}{20}$ кг — со сливочной, $\frac{1}{8}$ кг — с ореховой и $\frac{1}{40}$ кг —
 с фруктовой начинкой. Какова масса набора?

8.42. Длина стороны треугольника равна $\frac{2}{3}$ дм. Длины
 двух других сторон треугольника больше ее: одна —
 на $\frac{1}{4}$ дм, другая — на $\frac{1}{5}$ дм. Найдите периметр тре-
 угольника.

8.43. Хрустальную статуэтку журавля при упаковке
 обложили древесной стружкой. Масса статуэтки рав-
 на $\frac{3}{5}$ кг, почтовой коробки — $\frac{1}{4}$ кг, стружки — $\frac{1}{8}$ кг.
 Можно ли отправить эту статуэтку бандеролью, если
 масса бандероли не должна превышать 1 кг?

8.4. Вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

Пример. За два дня туристы прошли $\frac{5}{7}$ всего пути. В первый день они прошли $\frac{3}{7}$ пути. Какую часть пути они прошли во второй день?

Решение. Мы знаем, что такие задачи решаются с помощью вычитания: часть пути, пройденная во второй день, равна разности чисел $\frac{5}{7}$ и $\frac{3}{7}$.

Чтобы найти эту разность, разобьем весь путь на 7 равных частей (рис. 56).

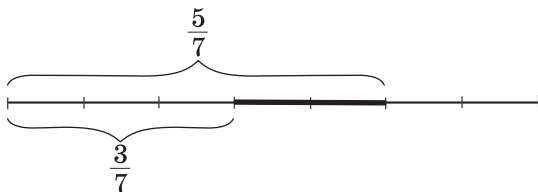


Рис. 56

За два дня туристы прошли 5 таких частей, а в первый день — 3 такие части. Значит, во второй день туристы прошли $5 - 3 = 2$ такие части, т. е. $\frac{2}{7}$ пути. Следовательно,

$$\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{5-3}{7} = \frac{2}{7}.$$

Ответ: $\frac{2}{7}$.

Число $\frac{5}{7}$ называется **уменьшаемым**, число $\frac{3}{7}$ — **вычитаемым**, а число $\frac{2}{7}$ — их **разностью**.



Разностью двух дробей с одинаковыми знаменателями является дробь, числитель которой равен разности числителей уменьшаемого и вычитаемого, а знаменатель равен знаменателю данных дробей.

Это правило можно записать формулой:

$$\frac{a}{n} - \frac{b}{n} = \frac{a - b}{n}$$

Итак:



при вычитании дробей с одинаковыми знаменателями знаменатель остается прежним, а из числителя уменьшаемого вычитают числитель вычитаемого.

Покажем на примерах, как найти разность дробей.

$$а) \frac{19}{7} - \frac{3}{7} = \frac{19 - 3}{7} = \frac{16}{7};$$

$$б) \frac{23}{9} - \frac{5}{9} = \frac{23 - 5}{9} = \frac{18}{9} = 2.$$

Вопросы

1. Чему равна разность дробей с одинаковыми знаменателями?
2. Какой формулой можно записать правило вычитания дробей с одинаковыми знаменателями?



Упражнения

8.44.° Найдите разность дробей:

$$1) \frac{3}{5} - \frac{1}{5};$$

$$2) \frac{8}{9} - \frac{1}{9};$$

$$3) \frac{14}{15} - \frac{7}{15};$$

$$4) \frac{23}{25} - \frac{11}{25};$$

$$5) \frac{17}{49} - \frac{15}{49};$$

$$6) \frac{97}{99} - \frac{95}{99}.$$

8.4. Вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

8.45.° Найдите разность величин:

1) $\frac{7}{10}$ дм $-$ $\frac{3}{10}$ дм;

2) $\frac{13}{60}$ ч $-$ $\frac{7}{60}$ ч;

3) $\frac{99}{100}$ м $-$ $\frac{49}{100}$ м;

4) $\frac{87}{250}$ т $-$ $\frac{37}{250}$ т.

8.46.° Вычислите:

1) $\frac{15}{15} - \frac{8}{15}$;

2) $\frac{9}{9} - \frac{4}{9}$;

3) $\frac{90}{45} - \frac{14}{45}$;

4) $\frac{150}{50} - \frac{17}{50}$.

8.47. Запишите дробь, которая:

1) на $\frac{3}{8}$ меньше $\frac{7}{8}$;

2) на $\frac{11}{30}$ меньше $\frac{17}{30}$;

3) на $\frac{5}{14}$ меньше $\frac{19}{14}$;

4) на $\frac{2}{15}$ меньше $\frac{14}{15}$.

8.48. Представьте дробь в виде разности двух дробей с одинаковыми знаменателями:

1) $\frac{3}{4}$;

2) $\frac{2}{9}$;

3) $\frac{3}{17}$;

4) $\frac{41}{45}$;

5) $\frac{16}{19}$;

6) $\frac{1}{15}$.

8.49. Найдите значение выражения:

1) $\frac{28}{51} - \left(\frac{2}{17} + \frac{1}{51} \right)$;

2) $\left(\frac{25}{27} - \frac{7}{27} \right) - \frac{1}{3}$;

3) $\left(\frac{9}{16} - \frac{5}{16} \right) + \left(\frac{7}{24} - \frac{5}{24} \right)$;

4) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{7}{18} - \frac{1}{18} \right)$.

8.50. Найдите значение выражения:

1) $\frac{9}{20} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right);$

2) $\frac{25}{49} - \left(\frac{12}{49} + \frac{1}{7}\right);$

3) $\left(\frac{19}{15} - \frac{11}{15}\right) + \left(\frac{11}{30} - \frac{7}{30}\right);$

4) $\left(\frac{8}{15} + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{7}{12} + \frac{1}{5}\right).$

8.51. Найдите значение выражения $\frac{14}{15} - a$ при:

1) $a = \frac{2}{15};$

2) $a = \frac{4}{15};$

3) $a = \frac{8}{15};$

4) $a = \frac{11}{15}.$

8.52. Найдите значение выражения $b - \frac{5}{12}$ при b , равном:

1) $\frac{7}{12};$

2) $\frac{11}{12};$

3) $\frac{8}{12};$

4) $\frac{13}{12}.$

8.53. Решите уравнение:

1) $x + \frac{3}{14} = \frac{13}{14};$

2) $\frac{9}{25} + z = \frac{14}{25};$

3) $\frac{15}{16} - y = \frac{5}{16};$

4) $\frac{11}{36} - y = \frac{5}{36}.$

8.54. Верны ли равенства:

1) $\frac{3058}{4001} - \frac{50}{4001} = \frac{2908}{4001};$

2) $\frac{3058}{4001} - \frac{150}{4001} = \frac{2908}{4001}?$

8.55. Найдите сумму дробей и проверьте результат вычитанием:

1) $\frac{435}{601} + \frac{565}{601}$;

2) $\frac{527}{800} + \frac{283}{800}$.

8.56. Найдите разность дробей и проверьте результат сложением:

1) $\frac{613}{700} - \frac{259}{700}$;

2) $\frac{7271}{9000} - \frac{5136}{9000}$.

8.57. На отрезке AC отметили точку P так, что длина отрезка AP составила $\frac{5}{12}$ длины отрезка AC . Какую часть от длины отрезка AC составляет PC ?

8.58. На отрезке MP отметили точку E так, что длина отрезка ME на $\frac{3}{10}$ дм меньше длины отрезка EP .

Определите длину отрезка MP , если $EP = \frac{9}{10}$ дм.

8.59. Найдите периметр треугольника MNP , если $MN = \frac{13}{20}$ м, MP на $\frac{3}{20}$ м меньше, чем MN , а NP на $\frac{1}{20}$ м меньше, чем MP .

8.60. Найдите скорость моторной лодки, которая плывет вверх по реке¹⁾, если собственная скорость лодки равна $\frac{7}{15}$ $\frac{\text{км}}{\text{мин}}$, а скорость течения реки — $\frac{1}{15}$ $\frac{\text{км}}{\text{мин}}$.

¹⁾ Выражение «вверх по реке» означает движение против течения реки, а «вниз по реке» — по ее течению.

8.5. Вычитание дробей с разными знаменателями



Чтобы найти разность дробей с разными знаменателями, нужно привести их к общему знаменателю и воспользоваться правилом вычитания дробей с одинаковыми знаменателями:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} - \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{a \cdot d - c \cdot b}{b \cdot d}$$

Покажем на примерах, как найти разность дробей:

$$\text{а) } \frac{3}{5} - \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 7} - \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{21}{35} - \frac{10}{35} = \frac{11}{35};$$

$$\text{б) } \frac{5}{14} - \frac{3}{10} = \frac{5 \cdot 5}{14 \cdot 5} - \frac{3 \cdot 7}{10 \cdot 7} = \frac{25}{70} - \frac{21}{70} = \frac{25 - 21}{70} = \frac{4}{70} = \frac{2}{35};$$

$$\text{в) } 6 - \frac{18}{5} = \frac{6}{1} - \frac{18}{5} = \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 5} - \frac{18}{5} = \frac{30}{5} - \frac{18}{5} = \frac{30 - 18}{5} = \frac{12}{5};$$

$$\text{г) } \frac{23}{7} - 2 = \frac{23}{7} - \frac{2}{1} = \frac{23}{7} - \frac{2 \cdot 7}{1 \cdot 7} = \frac{23}{7} - \frac{14}{7} = \frac{23 - 14}{7} = \frac{9}{7}.$$

Обратите внимание: чтобы вычесть из натурального числа дробь или из дроби натуральное число, нужно это натуральное число записать в виде дроби и воспользоваться правилом вычитания дробей:

$$n - \frac{a}{b} = \frac{n}{1} - \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} - n = \frac{a}{b} - \frac{n}{1}$$

Вопросы

1. Как найти разность дробей с разными знаменателями?
2. Как из натурального числа вычесть дробь?

**Упражнения****8.61.°** Найдите разность дробей:

1) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$;

2) $\frac{1}{3} - \frac{1}{7}$;

3) $\frac{3}{8} - \frac{1}{9}$;

4) $\frac{5}{6} - \frac{3}{5}$;

5) $\frac{8}{11} - \frac{1}{4}$;

6) $\frac{7}{10} - \frac{3}{11}$.

8.62.° Найдите разность дробей:

1) $\frac{8}{9} - \frac{1}{3}$;

2) $\frac{7}{12} - \frac{1}{6}$;

3) $\frac{17}{25} - \frac{2}{5}$;

4) $\frac{15}{32} - \frac{3}{8}$;

5) $\frac{19}{20} - \frac{9}{10}$;

6) $\frac{15}{28} - \frac{3}{14}$.

8.63.° Вычислите:

1) $\frac{11}{18} - \frac{5}{12}$;

2) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$;

3) $\frac{16}{25} - \frac{4}{15}$;

4) $\frac{9}{10} - \frac{1}{15}$;

5) $\frac{9}{16} - \frac{11}{24}$;

6) $\frac{3}{20} - \frac{3}{25}$.

8.64. Вычислите:

1) $\frac{21}{25}$ кг $- \frac{3}{4}$ кг;

2) $\frac{8}{15}$ ч $- \frac{1}{12}$ ч;

3) $\frac{9}{20}$ мин $- \frac{5}{12}$ мин;

4) $\frac{3}{10}$ га $- \frac{4}{25}$ га.

8.65.° Вычислите:

1) $1 - \frac{3}{7}$;

2) $1 - \frac{21}{25}$;

3) $4 - \frac{12}{25}$;

4) $10 - \frac{10}{101}$.

8.66. Найдите разность величин:

1) $1 \text{ м} - \frac{1}{10} \text{ м}$;

2) $5 \text{ ч} - \frac{7}{12} \text{ ч}$;

3) $3 \text{ т} - \frac{9}{40} \text{ т}$;

4) $30 \text{ мин} - \frac{8}{15} \text{ мин}$.

8.67. Найдите дробь, которую надо вычесть из 1, чтобы получить дробь:

1) $\frac{5}{11}$;

2) $\frac{4}{33}$;

3) $\frac{5}{51}$;

4) $\frac{3}{89}$;

5) $\frac{17}{23}$;

6) $\frac{24}{37}$.

8.68. Известно, что сумма двух слагаемых равна 1. Найдите второе слагаемое, если первое слагаемое равно:

1) $\frac{3}{43}$;

2) $\frac{98}{105}$;

3) $\frac{34}{95}$;

4) $\frac{517}{600}$.

8.69. Составьте разность двух дробей (или натурального числа и дроби), значение которой равно:

1) $\frac{5}{11}$;

2) $\frac{7}{12}$;

3) $\frac{1}{20}$;

4) $\frac{3}{19}$;

5) $\frac{11}{34}$;

6) $\frac{25}{48}$.

8.70. Найдите дробь, которая:

1) на $\frac{5}{18}$ меньше $\frac{1}{2}$; 2) на $\frac{5}{12}$ меньше $\frac{11}{18}$;

3) на 1 меньше $\frac{23}{21}$; 4) на 2 меньше $\frac{69}{31}$.

8.71. Вычислите:

1) $\frac{43}{43} - \frac{5}{8}$;

2) $\frac{35}{35} - \frac{6}{17}$;

3) $\frac{76}{38} - \frac{4}{5}$;

4) $\frac{90}{45} - \frac{33}{33}$.

8.72. Найдите значение выражения:

1) $\left(\frac{17}{25} - \frac{2}{15}\right) - \frac{1}{10}$;

2) $\frac{7}{20} - \left(\frac{11}{40} - \frac{3}{16}\right)$;

3) $\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{2}\right)$;

4) $\left(\frac{7}{8} - \frac{5}{6}\right) - \left(\frac{4}{9} - \frac{5}{12}\right)$.

8.73. Найдите значение выражения:

1) $\left(\frac{3}{7} + \frac{4}{7}\right) - \left(\frac{7}{20} - \frac{3}{20}\right)$;

2) $\left(\frac{3}{8} + \frac{5}{8}\right) - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}\right)$;

3) $\left(\frac{19}{16} + \frac{13}{16}\right) - \left(\frac{8}{9} + \frac{5}{27}\right)$;

4) $\left(\frac{23}{15} + \frac{22}{15}\right) - \left(\frac{61}{24} - \frac{13}{24}\right)$.

8.74. Вычислите:

1) $1 - \left(\frac{5}{14} - \frac{3}{28}\right)$;

2) $1 - \left(\frac{14}{45} - \frac{1}{9}\right)$;

3) $2 - \left(1 - \left(1 - \frac{3}{19}\right)\right)$;

4) $3 - \left(2 - \left(1 - \frac{5}{11}\right)\right)$.

8.75. Найдите значение выражения $a - \frac{3}{14}$ при a , равном:

- 1) $\frac{5}{21}$; 2) $\frac{13}{28}$; 3) 2;
4) 3; 5) $\frac{34}{28}$; 6) $\frac{59}{14}$.

8.76. Найдите значение выражения $\frac{49}{20} - m$ при m , равном:

- 1) $\frac{3}{10}$; 2) $\frac{2}{15}$; 3) $\frac{3}{40}$;
4) $\frac{1}{45}$; 5) $\frac{149}{149}$; 6) $\frac{48}{24}$.

8.77. Решите уравнение:

- 1) $x + \frac{5}{18} = \frac{7}{12}$; 2) $\frac{2}{21} + z = \frac{5}{28}$;
3) $\frac{6}{35} - y = \frac{1}{7}$; 4) $\frac{14}{25} - m = \frac{8}{75}$.

8.78. Используя верное равенство $\frac{7}{24} - \frac{1}{15} = \frac{9}{40}$, вычислите:

- 1) $\frac{1}{15} + \frac{9}{40}$; 2) $\frac{7}{24} - \frac{9}{40}$;
3) $1 - \left(\frac{7}{24} - \frac{1}{15} \right)$; 4) $1 - \left(\frac{7}{24} - \frac{9}{40} \right)$;
5) $\frac{37}{40} + \left(\frac{7}{24} - \frac{1}{15} \right)$; 6) $\frac{14}{15} + \left(\frac{7}{24} - \frac{9}{40} \right)$.

8.79. Найдите разность дробей и проверьте результат сложением:

1) $\frac{7}{6} - \frac{7}{30};$

2) $\frac{1}{2} - \frac{5}{36};$

3) $\frac{11}{40} - \frac{5}{24};$

4) $\frac{7}{10} - \frac{1}{35}.$

8.80.* На отрезке MK отметили точки A и B так, что $MA = \frac{1}{3} \cdot MK$, а $MB = \frac{4}{7} \cdot MK$ (рис. 57).

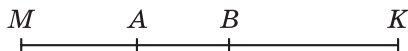


Рис. 57

Какую часть от длины отрезка MK составляет AB ?

8.81. Найдите AC , если периметр треугольника ABC равен $\frac{14}{25}$ м, $AB = \frac{1}{4}$ м, а BC на $\frac{1}{10}$ м меньше, чем AC .

8.82. Отрезок KP разделили на три отрезка так, что длина одного отрезка составляет $\frac{1}{2}KP$, второго — меньше на $\frac{1}{6}$ длины отрезка KP . Может ли длина третьего отрезка составлять $\frac{1}{3}KP$?

8.83. На отрезке AB длиной $\frac{18}{25}$ м отметили точку K так, что длина AK на $\frac{1}{50}$ м меньше, чем BK . Найдите AK и BK .

8.84. Постройте квадрат со стороной 6 см. Раскрасьте в разные цвета $\frac{5}{18}$ и $\frac{2}{9}$ части площади квадрата так, чтобы цвета не перекрывали друг друга. Какая часть площади квадрата осталась незакрашенной?

8.85.* Найдите сумму $\frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132} + \frac{1}{156}$.



Задачи на повторение

8.86. Вынесите множитель a за скобки и вычислите значение выражения при $a = 746$:

1) $(5 \cdot a + a + a + a + a \cdot 2) - 60$;

2) $(7 \cdot a + 2 \cdot a + a) + 40$;

3) $(17 \cdot a + 44 \cdot a - 61 \cdot a) \cdot a^2$;

4) $(75 \cdot a + 13 \cdot a - 88 \cdot a) \cdot a^3$.

8.87. Найдите значение выражения:

1) $a^2 + b^2$, если $a = 5$, $b = 8$;

2) $a^3 - b^2$, если $a = 7$, $b = 1$.

8.88. Решите уравнение:

1) $220 : 4 + x = 139 - 58$; 2) $72 : 6 - x = 30 : 5$;

3) $(12 \cdot 8) : x = 48 \cdot 2$; 4) $x : (36 : 18) = 75 : 15$;

5) $x \cdot (48 : 12) = 420 : 7$; 6) $x \cdot (8 \cdot 9) = 1008 : 14$.

8.89. При каком значении x верно равенство:

1) $\frac{x + 4}{30} = \frac{100}{100}$;

2) $\frac{54}{x - 12} = \frac{125}{125}$?

8.90. Одно число меньше другого в 6 раз, а их сумма равна 14. Найдите для этих чисел:

1) куб их суммы;

2) сумму их кубов.

8.91. Одно число больше другого в 4 раза, а их сумма равна 90. Найдите квадрат суммы и сумму квадратов этих чисел.

8.92. Веревку длиной 24 м разрезали на 2 части. Найдите их длины, если одна часть в 3 раза короче другой.

8.93.* Гоночный автомобиль ехал из пункта A в пункт B со скоростью $180 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Если бы его скорость была $200 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, то на путь AB ушло бы на 30 мин меньше. Найдите AB .

8.94.* Определите скорость автомобиля, если известно, что число минут, затраченных на прохождение начальной части пути, равно числу оставшихся до конца пути километров, а число минут, затраченных на окончание поездки, равно числу километров, содержащихся в начальной части пути.

8.95.* Птицефабрика вывезла на продажу куриные яйца — белые и цветные, и индюшиные яйца — белые и цветные. Белых куриных яиц столько же, сколько цветных индюшиных. Каких яиц было больше:

- 1) куриных или цветных;
- 2) индюшиных или белых?

8.96.* Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll}
 1) \left(3 \cdot x + \frac{1}{4} \right) - \frac{5}{2} = \frac{3}{4}; & 2) \left(\frac{1}{20} + 2 \cdot x \right) + \frac{1}{5} = \frac{17}{4}; \\
 3) \left(4 \cdot x - \frac{173}{56} \right) - \frac{2}{7} = \frac{5}{8}; & 4) \left(5 \cdot x - \frac{224}{55} \right) + \frac{3}{11} = \frac{6}{5}.
 \end{array}$$

Глава 9

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

9.1. Умножение дробей

На рисунке 58 изображен квадрат $ABCD$ со стороной 1 дм. Его сторона AB разделена на 3 равные части, сторона AD — на 5 равных частей, а квадрат разделен на 15 равных прямоугольников.

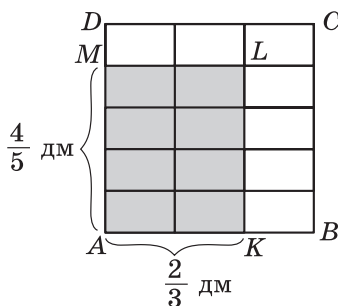


Рис. 58

Площадь квадрата $ABCD$ равна 1 дм², он состоит из 15 равных прямоугольников, значит, площадь каждого из 15 прямоугольников равна $\frac{1}{15}$ дм². Закрашенный прямоугольник $AKLM$ состоит из 8 таких прямоугольников, поэтому его площадь равна $\frac{8}{15}$ дм².

Длина прямоугольника $AKLM$ равна $\frac{2}{3}$ дм, а ширина равна $\frac{4}{5}$ дм. Вычисляя его площадь по формуле площади прямоугольника, получим $\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}\right) \text{ дм}^2$. А так как площадь прямоугольника не зависит от того, каким способом ее вычисляли, то $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$.

Легко заметить, что числитель 8 равен произведению числителей 2 и 4, а знаменатель 15 равен произведению знаменателей 3 и 5. Таким образом,

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5}.$$



Произведение двух дробей является дробью, числитель которой равен произведению их числителей, а знаменатель — произведению их знаменателей.

Это правило можно записать формулой:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Пример 1. Умножить дроби $\frac{24}{35}$ и $\frac{25}{36}$.

Решение.

$$\frac{24}{35} \cdot \frac{25}{36} = \frac{\overset{2}{\cancel{24}} \cdot \overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{7}{\cancel{35}} \cdot \underset{3}{\cancel{36}}} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \frac{10}{21}.$$

Ответ: $\frac{10}{21}$.

Обратите внимание!



Прежде чем перемножать числители и перемножать знаменатели, мы сократили дробь.

Такая последовательность действий значительно облегчает вычисления.



Так как натуральное число можно представить в виде дроби со знаменателем 1, то умножение дроби на натуральное число и умножение натурального числа на дробь выполняют по правилу умножения дробей:

$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{a}{b} \cdot \frac{n}{1}$$

Пример 2. Вычислить:

а) $5 \cdot \frac{2}{3}$; б) $\frac{7}{6} \cdot 18$.

Решение.

а) $5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 2}{3} = \frac{10}{3}$;

б) $\frac{7}{6} \cdot 18 = \frac{7}{6} \cdot \frac{18}{1} = \frac{7 \cdot 18}{6} = \frac{7 \cdot 3}{1} = 21$.

Ответ: а) $\frac{10}{3}$; б) 21.



Чтобы умножить дробь на натуральное число, нужно ее числитель умножить на это натуральное число, а знаменатель оставить прежний.

Такое же правило умножения натурального числа на дробь:

9.1. Умножение дробей

$$\frac{a}{b} \cdot n = n \cdot \frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b}$$

При умножении дроби на 0 пользуются правилом:

$$\frac{a}{b} \cdot 0 = 0 \cdot \frac{a}{b} = 0$$

Вопросы

1. Чему равно произведение двух дробей?
2. Как умножить дробь на натуральное число?
3. Какой формулой можно записать правило умножения:
а) дробей; б) дроби на натуральное число; в) дроби на нуль?



Упражнения

9.1. Найдите произведение:

1) $\frac{3}{20} \cdot 1$; 2) $\frac{5}{12} \cdot 0$; 3) $1 \cdot \frac{7}{9}$; 4) $0 \cdot \frac{12}{25}$.

9.2.° Найдите произведение дробей:

1) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7}$; 2) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}$;
3) $\frac{5}{6} \cdot \frac{11}{15}$; 4) $\frac{3}{5} \cdot \frac{25}{33}$;
5) $\frac{4}{27} \cdot \frac{9}{16}$; 6) $\frac{20}{21} \cdot \frac{14}{15}$.

9.3.° Запишите дробь, которая больше дроби:

1) $\frac{5}{7}$ в 2 раза; 2) $\frac{8}{9}$ в 4 раза;
3) $\frac{14}{23}$ в 10 раз; 4) $\frac{2}{57}$ в 11 раз.

9.4. Запишите число, которое в 5 раз больше дроби:

1) $\frac{2}{11}$; 2) $\frac{6}{25}$; 3) $\frac{5}{14}$; 4) $\frac{7}{60}$.

9.5. Увеличьте в 10 раз:

1) $\frac{9}{50}$ м; 2) $\frac{21}{40}$ г; 3) $\frac{31}{100}$ а; 4) $\frac{57}{250}$ км.

9.6. Выполните действие:

1) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$; 2) $\left(\frac{5}{6}\right)^2$; 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$;
4) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$; 5) $\left(\frac{4}{7}\right)^2$; 6) $\left(\frac{9}{10}\right)^2$.

9.7. Представьте дробь в виде произведения двух равных дробей:

1) $\frac{9}{25}$; 2) $\frac{16}{81}$; 3) $\frac{36}{49}$; 4) $\frac{121}{100}$.

9.8. Представьте число в виде произведения двух дробей:

1) $\frac{17}{28}$; 2) $\frac{49}{64}$; 3) $\frac{6}{35}$;
4) $\frac{14}{15}$; 5) 1; 6) 5.

9.9. Найдите:

1) произведение дроби $\frac{9}{20}$ и числа 5;

2) произведение дробей $\frac{11}{23}$ и $\frac{69}{77}$;

9.1. Умножение дробей

3) произведение числа 12 и суммы дробей $\frac{2}{15}$ и $\frac{1}{5}$;

4) сумму дроби $\frac{5}{9}$ и произведения дробей $\frac{14}{15}$ и $\frac{10}{21}$.

9.10. Найдите значение выражения $6 \cdot t$ при t , равном:

1) $\frac{5}{36}$; 2) $\frac{7}{12}$; 3) $\frac{2}{33}$;

4) $\frac{11}{30}$; 5) $\frac{7}{3}$; 6) $\frac{25}{18}$.

9.11. Найдите значение выражения $a \cdot \frac{5}{12}$ при a , равном:

1) 4; 2) 3; 3) $\frac{3}{5}$;

4) $\frac{6}{25}$; 5) $\frac{18}{121}$; 6) $\frac{24}{13}$.

9.12. Запишите произведение в виде дроби:

1) $\frac{3}{a} \cdot \frac{b}{4}$; 2) $\frac{m}{n} \cdot \frac{6}{7}$;

3) $\frac{a}{15} \cdot \frac{5 \cdot b}{c}$; 4) $\frac{p}{6} \cdot \frac{8}{q}$;

5) $\frac{n}{35} \cdot 14$; 6) $2 \cdot \frac{k}{r}$.

9.13. Как изменится дробь, если:

1) ее числитель увеличить в 3 раза;

2) к числителю справа приписать нуль?

Ответ подтвердите примерами.

9.14. Запишите такое произведение правильной и неправильной дробей, которое равно:

- 1) правильной дроби;
- 2) неправильной дроби.

9.15. Найдите площадь прямоугольника с измерениями:

- 1) $\frac{2}{5}$ дм и $\frac{3}{10}$ дм;
- 2) $\frac{2}{5}$ дм и $\frac{3}{10}$ м;
- 3) $\frac{2}{5}$ м и $\frac{3}{10}$ см;
- 4) $\frac{2}{5}$ см и $\frac{3}{10}$ дм.

9.16. Найдите площадь прямоугольника, если длина одной его стороны равна $\frac{4}{15}$ м, а другой — на $\frac{7}{30}$ м больше.

9.17. Найдите площадь прямоугольника, если длина одной стороны равна $\frac{7}{18}$ м, а другой — в 3 раза больше.

9.18. Найдите периметр и площадь квадрата, если длина его стороны равна:

- 1) $\frac{3}{8}$ м;
- 2) $\frac{5}{11}$ дм;
- 3) $\frac{7}{10}$ дм;
- 4) $\frac{12}{7}$ м.

9.19. Гусеница ползет со скоростью $\frac{1}{4}$ $\frac{\text{м}}{\text{мин}}$. Какое расстояние проползет гусеница:

- 1) за $\frac{4}{5}$ мин;
- 2) за $\frac{5}{6}$ мин;
- 3) за $\frac{8}{15}$ ч;
- 4) за $\frac{7}{12}$ ч?

9.20. Автомашина движется со скоростью $\frac{7}{10} \frac{\text{км}}{\text{мин}}$. Какое расстояние пройдет автомашина за:

1) $\frac{1}{10}$ мин;

2) $\frac{5}{7}$ мин;

3) $\frac{17}{12}$ ч;

4) $\frac{16}{15}$ ч?

9.2. Законы умножения дробей

Пример 1. Вычислить и сравнить произведения:

а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5}$; б) $\frac{7}{5} \cdot \frac{3}{4}$.

Решение.

а) $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{21}{20}$; б) $\frac{7}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{7 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{21}{20}$.

Ответ: произведения равны.

Итак,

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{7}{5} \cdot \frac{3}{4}.$$

Вообще, *для дробей*, как и для натуральных чисел, *выполняется переместительный закон умножения:*



от перестановки множителей произведение не меняется:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$$

Пример 2. Вычислить и сравнить произведения:

$$\text{а) } \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{6}\right) \cdot \frac{2}{5}; \quad \text{б) } \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{7}{6} \cdot \frac{2}{5}\right).$$

Решение.

$$\text{а) } \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{6}\right) \cdot \frac{2}{5} = \left(\frac{1 \cdot 7}{4 \cdot 2}\right) \cdot \frac{2}{5} = \frac{7}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{20};$$

$$\text{б) } \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{7}{6} \cdot \frac{2}{5}\right) = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{7 \cdot 1}{3 \cdot 5}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{15} = \frac{1 \cdot 7}{4 \cdot 5} = \frac{7}{20}.$$

Ответ: произведения равны.

Итак,

$$\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{6}\right) \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{7}{6} \cdot \frac{2}{5}\right).$$

Вообще, *для дробей*, как и для натуральных чисел, *выполняется сочетательный закон умножения*:



чтобы произведение двух чисел умножить на третье число, можно первое число умножить на произведение второго и третьего:

$$\left[\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{k}{t} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{k}{t}\right)\right]$$

Сочетательный закон умножения можно сформулировать и по-другому:



от изменения расстановки скобок произведение не меняется.

Как и в случае натуральных чисел, благодаря сочетательному закону *при умножении нескольких дробей скобки можно расставлять как угодно, а можно и вообще их не ставить.*

9.2. Законы умножения дробей

Законы умножения применяются при умножении нескольких чисел. Иногда это позволяет упростить вычисления.

Покажем на примерах, как вычислить произведение:

$$\begin{aligned}\frac{9}{23} \cdot \frac{8}{15} \cdot \frac{21}{22} \cdot \frac{45}{16} \cdot \frac{46}{27} \cdot \frac{33}{14} &= \left(\frac{9}{23} \cdot \frac{46}{27} \right) \cdot \left(\frac{8}{15} \cdot \frac{45}{16} \right) \cdot \left(\frac{21}{22} \cdot \frac{33}{14} \right) = \\ &= \frac{9 \cdot 46}{23 \cdot 27} \cdot \frac{8 \cdot 45}{15 \cdot 16} \cdot \frac{21 \cdot 33}{22 \cdot 14} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 3} \cdot \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 2} \cdot \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{9}{4} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 4} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 9}{1 \cdot 1 \cdot 4} = \frac{9}{4}.\end{aligned}$$

Вопросы

1. Как формулируется переместительный закон умножения дробей?
2. Как формулируется сочетательный закон умножения дробей? (Дайте две формулировки.)



Упражнения

9.21.° Верно ли, что:

$$1) \frac{32}{75} \cdot \frac{25}{48} = \frac{25}{48} \cdot \frac{32}{75}; \quad 2) \frac{3}{8} \cdot \frac{20}{33} = \frac{20}{33} \cdot \frac{3}{8}?$$

9.22. Проверьте переместительный закон умножения для дробей:

$$1) \frac{44}{97} \text{ и } \frac{19}{26}; \quad 2) \frac{25}{27} \text{ и } \frac{51}{71}.$$

9.23.° Верно ли, что:

$$1) \frac{42}{35} \cdot \left(\frac{29}{39} \cdot \frac{71}{72} \right) = \left(\frac{42}{39} \cdot \frac{29}{35} \right) \cdot \frac{71}{72};$$
$$2) \frac{99}{115} \cdot \left(\frac{95}{121} \cdot \frac{38}{55} \right) = \left(\frac{95}{121} \cdot \frac{99}{115} \right) \cdot \frac{38}{55}?$$

9.24. Проверьте сочетательный закон умножения для дробей:

$$1) \frac{28}{39}, \frac{26}{35} \text{ и } \frac{15}{16}; \quad 2) \frac{21}{34}, \frac{17}{18} \text{ и } \frac{6}{7}.$$

9.25.° Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{44}{63} \cdot \frac{24}{35} \cdot \frac{63}{88}; & 2) \frac{25}{48} \cdot \frac{9}{11} \cdot \frac{16}{75}; \\ 3) \frac{72}{91} \cdot \frac{49}{50} \cdot \frac{13}{36} \cdot \frac{5}{14}; & 4) \frac{31}{60} \cdot \frac{59}{100} \cdot \frac{30}{31} \cdot \frac{25}{59}. \end{array}$$

9.26. Найдите значение выражения:

$$\begin{array}{l} 1) \frac{98}{111} \cdot \frac{625}{729} \cdot \frac{111}{980} \cdot \frac{729}{625}; \\ 2) \frac{144}{145} \cdot \frac{53}{54} \cdot \frac{145}{288} \cdot \frac{108}{159}; \\ 3) \frac{75}{76} \cdot \frac{100}{101} \cdot \frac{76}{75} \cdot \frac{25}{33} \cdot \frac{303}{500}; \\ 4) \frac{17}{44} \cdot \frac{63}{71} \cdot \frac{81}{100} \cdot \frac{44}{51} \cdot \frac{71}{126} \cdot \frac{25}{27}. \end{array}$$

9.27. Найдите произведение:

$$\begin{array}{ll} 1) 2 \cdot \frac{7}{10} \cdot 5; & 2) 7 \cdot \frac{5}{21} \cdot 6; \\ 3) \frac{42}{65} \cdot 13 \cdot \frac{5}{6} \cdot 7; & 4) 45 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{18} \cdot 4. \end{array}$$

9.28. Найдите значение выражения $\left(\frac{53}{60} \cdot a \right) \cdot \frac{5}{106}$ при:

$$1) a = 24; \quad 2) a = \frac{6}{7}; \quad 3) a = \frac{48}{49}; \quad 4) a = \frac{12}{5}.$$

9.29. Найдите значение выражения $\left(b \cdot \frac{35}{44}\right) \cdot \frac{33}{70}$ при:

1) $b = 20$; 2) $b = \frac{4}{3}$; 3) $b = \frac{20}{21}$; 4) $b = \frac{11}{27}$.

9.30. Найдите значение выражения, если $m \cdot n = \frac{11}{21}$:

1) $m \cdot \left(n \cdot \frac{35}{33}\right)$; 2) $\left(\frac{28}{33} \cdot m\right) \cdot n$;

3) $m \cdot \frac{15}{44} \cdot n \cdot \frac{28}{45}$; 4) $n \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{63}{22} \cdot m$.

9.31. Вычислите произведение при $a = \frac{9}{25}$, $b = \frac{20}{27}$,
 $c = \frac{15}{16}$:

1) $(a \cdot b) \cdot c$; 2) $(b \cdot c) \cdot a$;
 3) $(a \cdot c) \cdot b$; 4) $a \cdot (b \cdot c)$;
 5) $a \cdot (c \cdot b)$; 6) $b \cdot (a \cdot c)$.

9.32. Высота прямоугольного параллелепипеда равна $\frac{1}{2}$ дм, а его основание — квадрат со стороной $\frac{3}{4}$ дм.

Какова сумма площадей всех боковых граней прямоугольного параллелепипеда (рис. 59)?

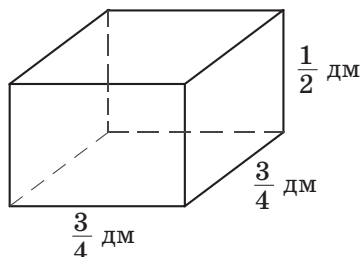


Рис. 59

9.33. Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда, если его длина равна $\frac{8}{25}$ м, ширина — $\frac{15}{16}$ м, высота — $\frac{5}{6}$ м.

9.34. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны:

1) $a = \frac{14}{17}$ см, $b = \frac{34}{63}$ см, $c = \frac{1}{4}$ см;

2) $a = \frac{17}{26}$ см, $b = \frac{9}{17}$ см, $c = \frac{13}{18}$ см.

9.35. Найдите объем куба, длина ребра которого равна:

1) $\frac{3}{4}$ дм; 2) $\frac{2}{5}$ м; 3) $\frac{3}{5}$ см; 4) $\frac{2}{7}$ мм.

9.36.* При движении по шоссе легковой автомобиль развивает скорость $90 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Запишите скорость этого автомобиля, используя ее измерение в:

1) $\frac{\text{км}}{\text{мин}}$; 2) $\frac{\text{м}}{\text{ч}}$; 3) $\frac{\text{м}}{\text{мин}}$; 4) $\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

9.37.* Победитель лыжного кросса преодолел участок подъема за 36 с, двигаясь со средней скоростью $12 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Какова протяженность в метрах этого участка?

9.38.* Скорость течения реки равна $\frac{5}{3} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а собственная скорость моторной лодки в $\frac{15}{2}$ раза больше. Какое расстояние пройдет вниз по реке моторная лодка за:

- 1) $\frac{3}{5}$ ч; 2) $\frac{3}{20}$ ч; 3) 6 мин; 4) 1 ч 12 мин?

9.39.* Скорость течения реки равна $\frac{5}{4} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а скорость

движения катера по течению реки в $\frac{28}{3}$ раза больше.

Успеет ли катер за 36 мин доплыть от стоянки до пристани, которая находится в 6 км вверх по реке?

9.3. Распределительный закон

Пример 1. Вычислить и сравнить значения двух выражений:

$$\text{а) } \left(\frac{3}{14} + \frac{8}{21} \right) \cdot \frac{2}{5}; \qquad \text{б) } \frac{3}{14} \cdot \frac{2}{5} + \frac{8}{21} \cdot \frac{2}{5}.$$

Решение.

$$\begin{aligned} \text{а) } \left(\frac{3}{14} + \frac{8}{21} \right) \cdot \frac{2}{5} &= \left(\frac{3 \cdot 3}{14 \cdot 3} + \frac{8 \cdot 2}{21 \cdot 2} \right) \cdot \frac{2}{5} = \\ &= \left(\frac{9}{42} + \frac{16}{42} \right) \cdot \frac{2}{5} = \frac{25 \cdot 2}{42 \cdot 5} = \frac{5}{21}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \frac{3}{14} \cdot \frac{2}{5} + \frac{8}{21} \cdot \frac{2}{5} &= \frac{3 \cdot 2}{14 \cdot 5} + \frac{8 \cdot 2}{21 \cdot 5} = \frac{3}{7 \cdot 5} + \frac{16}{21 \cdot 5} = \\ &= \frac{3 \cdot 3}{7 \cdot 5 \cdot 3} + \frac{16}{21 \cdot 5} = \frac{25}{7 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{5}{21}. \end{aligned}$$

Ответ: значения равны.

Итак,

$$\left(\frac{3}{14} + \frac{8}{21} \right) \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{14} \cdot \frac{2}{5} + \frac{8}{21} \cdot \frac{2}{5}.$$

Вообще, *для дробей*, как и для натуральных чисел, *выполняется распределительный закон умножения относительно сложения*:



произведение суммы чисел и числа равно сумме произведений каждого слагаемого и этого числа:

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \right) \cdot \frac{k}{n} = \frac{a}{b} \cdot \frac{k}{n} + \frac{c}{d} \cdot \frac{k}{n}$$

Распределительный закон можно сформулировать по-другому:



чтобы сумму двух чисел умножить на число, можно каждое слагаемое умножить на это число и полученные произведения сложить.

Распределительный закон верен для любого числа слагаемых. Он верен также и для разности (сформулируйте его самостоятельно для разности двух чисел).

Например, верны следующие равенства:

$$1) \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{10} + \frac{4}{15} \right) \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{7} + \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{7} + \frac{4}{15} \cdot \frac{5}{7};$$

$$2) \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{10} \right) \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{4} - \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{4}.$$

Иногда распределительный закон помогает упростить вычисления.

Пример 2. Найти значение выражения:

$$а) \frac{10}{21} \cdot \frac{9}{11} + \frac{1}{21} \cdot \frac{9}{11};$$

$$б) \frac{25}{26} \cdot \frac{16}{15} - \frac{25}{26} \cdot \frac{7}{15}.$$

Решение.

$$а) \frac{10}{21} \cdot \frac{9}{11} + \frac{1}{21} \cdot \frac{9}{11} = \left(\frac{10}{21} + \frac{1}{21} \right) \cdot \frac{9}{11} = \frac{11}{21} \cdot \frac{9}{11} = \frac{1 \cdot 3}{7 \cdot 1} = \frac{3}{7};$$

9.3. Распределительный закон

$$\begin{aligned} \text{б)} \quad \frac{25}{26} \cdot \frac{16}{15} - \frac{25}{26} \cdot \frac{7}{15} &= \frac{25}{26} \cdot \left(\frac{16}{15} - \frac{7}{15} \right) = \frac{25}{26} \cdot \frac{9}{15} = \\ &= \frac{5 \cdot 9}{26 \cdot 3} = \frac{15}{26}. \end{aligned}$$

Ответ: а) $\frac{3}{7}$; б) $\frac{15}{26}$.

Вопросы

1. Как формулируется распределительный закон умножения относительно сложения?
2. Сформулируйте распределительный закон умножения относительно вычитания.



Упражнения

9.40.° Объясните, верно ли равенство:

$$\begin{aligned} 1) \quad &\left(\frac{3}{16} + \frac{7}{83} \right) \cdot \frac{11}{41} = \frac{3}{16} \cdot \frac{11}{41} + \frac{7}{83} \cdot \frac{11}{41}; \\ 2) \quad &\left(\frac{7}{83} - \frac{3}{116} \right) \cdot \frac{11}{241} = \frac{7}{83} \cdot \frac{11}{241} - \frac{3}{116} \cdot \frac{11}{241}. \end{aligned}$$

9.41.° Найдите значение выражения:

$$\begin{aligned} 1) \quad &\frac{7}{15} + \frac{7}{15} + \frac{7}{15} + \frac{5}{6} + \frac{5}{6} + \frac{5}{6}; \\ 2) \quad &\frac{4}{15} + \frac{7}{30} + \frac{4}{15} + \frac{7}{30} + \frac{4}{15} + \frac{7}{30} + \frac{4}{15} + \frac{7}{30}; \\ 3) \quad &\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{15} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{15} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{15} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{15} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{15} \right); \\ 4) \quad &\left(1 - \frac{3}{4} \right) + \left(1 - \frac{3}{4} \right) + \left(1 - \frac{3}{4} \right) + \left(1 - \frac{3}{4} \right). \end{aligned}$$

9.42.° Вычислите, используя распределительный закон умножения:

$$1) 12 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right);$$

$$2) 15 \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3} \right);$$

$$3) \left(\frac{13}{30} - \frac{11}{90} \right) \cdot 45;$$

$$4) \left(\frac{8}{21} - \frac{3}{14} \right) \cdot 42.$$

9.43.° Раскройте скобки:

$$1) \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3} \right) \cdot \frac{15}{16};$$

$$2) \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{10}{13};$$

$$3) \left(\frac{5}{12} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6} \right) \cdot \frac{60}{61};$$

$$4) \left(\frac{3}{20} - \frac{1}{10} + \frac{2}{5} \right) \cdot \frac{40}{43}.$$

9.44.° Вынесите общий множитель за скобки:

$$1) \frac{1}{4} \cdot \frac{12}{25} + \frac{5}{6} \cdot \frac{12}{25};$$

$$2) \frac{15}{28} \cdot \frac{2}{3} - \frac{15}{28} \cdot \frac{1}{5};$$

$$3) \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{11} - \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{11} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{11};$$

$$4) \frac{18}{49} \cdot \frac{1}{3} - \frac{18}{49} \cdot \frac{1}{9} + \frac{1}{6} \cdot \frac{18}{49}.$$

9.45. Найдите произведение:

$$1) \text{ числа } \frac{9}{16} \text{ и суммы чисел } \frac{19}{21} \text{ и } \frac{3}{7};$$

$$2) \text{ суммы чисел } \frac{8}{35} \text{ и } \frac{4}{5} \text{ и числа } \frac{5}{8};$$

3) разности чисел $\frac{17}{24}$ и $\frac{1}{3}$ и числа $\frac{8}{9}$;

4) числа $\frac{8}{25}$ и разности чисел $\frac{13}{24}$ и $\frac{7}{36}$.

9.46. Найдите:

1) сумму произведений дробей $\frac{75}{91} \cdot \frac{27}{50}$ и $\frac{75}{91} \cdot \frac{23}{50}$;

2) разность произведений дробей $\frac{55}{72} \cdot \frac{10}{11}$ и $\frac{55}{72} \cdot \frac{2}{5}$.

9.47. Определите, как изменится:

1) сумма, если оба слагаемых умножить на:

а) $\frac{4}{11}$; б) $\frac{11}{4}$;

2) разность, если уменьшаемое и вычитаемое умножить на:

а) $\frac{11}{15}$; б) $\frac{15}{11}$.

9.48. Известно, что $a \cdot b = \frac{1}{3}$, $a \cdot c = \frac{3}{10}$, $b \cdot c = \frac{5}{18}$. Найдите значение выражения:

1) $a \cdot (b + c)$; 2) $b \cdot (a + c)$;

3) $c \cdot (a + b)$; 4) $a \cdot (b - c)$;

5) $b \cdot (a - c)$; 6) $(a - b) \cdot c$.

9.49. Найдите значение выражения:

1) $\frac{4}{9} \cdot a + \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3}$ при a , равном: $\frac{5}{16}$, $\frac{1}{2}$;

2) $\frac{2}{9} \cdot a + \frac{4}{9} \cdot a$ при a , равном: $\frac{9}{16}$, $\frac{3}{4}$.

9.50. Найдите значение выражения:

1) $\frac{8}{21} \cdot b - \frac{8}{21} \cdot \frac{1}{5}$ при b , равном: $1, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{2}{5}$;

2) $\frac{19}{21} \cdot b - \frac{11}{21} \cdot b$ при b , равном: $3, \frac{7}{8}, \frac{9}{4}, \frac{21}{8}$.

9.51. Найдите значение выражения:

1) $\frac{3}{16} \cdot a + \frac{5}{16} \cdot a + \frac{1}{2} \cdot a$ при a , равном: $2, 4, \frac{3}{25}, \frac{27}{28}, \frac{1}{2}, \frac{8}{5}$;

2) $\frac{9}{20} \cdot m + \frac{17}{20} \cdot m - \frac{9}{10} \cdot m$ при m , равном: $0, 1, \frac{5}{2}, \frac{5}{6}, 4, 25$.

9.52. Найдите периметр прямоугольника, стороны которого равны:

1) $\frac{5}{48}$ м и $\frac{1}{2}$ м;

2) $\frac{11}{15}$ дм и $\frac{3}{20}$ дм.

9.53. Улитка ползет по дорожке со скоростью $\frac{1}{10} \frac{\text{м}}{\text{мин}}$, а лягушонок прыгает за улиткой, выполняя в минуту 20 прыжков по $\frac{2}{25}$ м каждый (рис. 60).

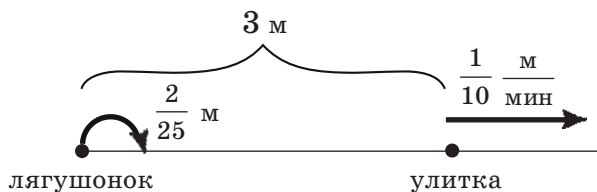


Рис. 60

Каким будет расстояние между лягушонком и улиткой через $\frac{2}{3}$ мин, если сначала оно было 3 м?

9.54. Навстречу ежику летел шарик со скоростью $\frac{3}{20} \frac{\text{км}}{\text{мин}}$, и ежик побежал со скоростью $\frac{4}{15} \frac{\text{км}}{\text{мин}}$ ловить шарик (рис. 61). Через $\frac{3}{5}$ мин ежик поймал шарик, и шарик лопнул. На каком расстоянии находился шарик от ежика, когда ежик его заметил?



Рис. 61

9.55. Бобик увидел Тузика, бросился за ним и догнал через 3 мин. На каком расстоянии находился Бобик от Тузика, если скорость Бобика — $\frac{1}{2} \frac{\text{км}}{\text{мин}}$, а скорость Тузика — $\frac{1}{3} \frac{\text{км}}{\text{мин}}$?

9.4. Взаимно обратные числа

Если дробь $\frac{5}{6}$ «перевернуть», т. е. числитель и знаменатель этой дроби поменять местами, то получится дробь $\frac{6}{5}$. Заметим, что $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} = 1$.

Еще один пример пары чисел, произведение которых равно единице: $6 \cdot \frac{1}{6} = 1$.



Два числа, произведение которых равно 1, называются взаимно обратными числами.

Две дроби $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$, где a и b — натуральные числа, взаимно обратные, так как $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$.

Числа $\frac{5}{6}$ и $\frac{6}{5}$ взаимно обратные. Говорят, что дробь $\frac{5}{6}$ обратна дроби $\frac{6}{5}$, а дробь $\frac{6}{5}$ обратна дроби $\frac{5}{6}$.

Вообще,



при натуральных a и b дробь $\frac{a}{b}$ обратна дроби $\frac{b}{a}$.

Вопросы

1. Какие два числа называются взаимно обратными?
2. Какая дробь обратна дроби $\frac{c}{d}$?



Упражнения

9.56.° Для каждого из чисел назовите обратное ему:

- 1) $\frac{3}{8}, \frac{15}{28}, \frac{44}{65}, \frac{21}{20}, \frac{49}{30}$;
- 2) $\frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{150}, \frac{1}{201}, \frac{1}{1001}$;
- 3) 8, 11, 55, 134, 165;
- 4) $\frac{a}{b}, \frac{m}{n}, \frac{1}{p}, \frac{1}{q}, c, t$.

9.57.° Являются ли два числа взаимно обратными:

- 1) $\frac{27}{46}$ и $\frac{46}{27}$;
- 2) $\frac{19}{25}$ и $\frac{29}{15}$;
- 3) 22 и $\frac{2}{11}$;
- 4) 15 и $\frac{1}{15}$?

9.58.° Среди чисел $\frac{2}{15}$, $\frac{15}{26}$, 26 , $\frac{1}{26}$, $\frac{26}{15}$, $\frac{15}{2}$ найдите пары взаимно обратных чисел.

9.59. Найдите произведение чисел, обратных числам:

1) $\frac{1}{4}$ и $\frac{4}{5}$;

2) $\frac{7}{11}$ и $\frac{11}{14}$;

3) $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{6}$ и $\frac{10}{21}$;

4) $\frac{14}{25}$, $\frac{5}{21}$ и $\frac{15}{16}$.

9.60. Найдите значение выражения:

1) $\left(\frac{48}{55} \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{55}{48}$;

2) $\left(\frac{2}{7} \cdot \frac{100}{31}\right) \cdot \frac{31}{100}$;

3) $\left(\frac{675}{983} \cdot \frac{121}{729}\right) \cdot \left(\frac{729}{675} \cdot \frac{983}{121}\right)$;

4) $\left(\frac{244}{135} \cdot \frac{296}{753}\right) \cdot \left(\frac{270}{296} \cdot \frac{753}{244}\right)$.

9.61. Найдите число, которое является обратным значению выражения:

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{3}{8}$;

2) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \frac{15}{32}$;

3) $\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{15} + \frac{7}{75}\right)$;

4) $\left(\frac{2}{3} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6}\right) \cdot \left(1 - \frac{5}{17}\right)$.

9.62. Какой дробью — правильной или неправильной — является сумма двух взаимно обратных чисел? Ответ объясните и подтвердите примерами.

9.63. Может ли произведение двух правильных дробей быть неправильной дробью? Приведите примеры.

9.64. Найдите корень уравнения:

1) $3 \cdot x = 1$;

2) $\frac{5}{8} \cdot x = 1$;

3) $x \cdot \frac{4}{11} = 1$;

4) $y \cdot \frac{3}{40} = 1$;

5) $\frac{1}{7} \cdot z = 1$;

6) $y \cdot 9 = 1$.

9.5. Деление дробей

Пусть нужно решить уравнение

$$x \cdot \frac{3}{11} = \frac{2}{5}.$$

Мы знаем, что такое уравнение решается с помощью деления:

$$x = \frac{2}{5} : \frac{3}{11}.$$

С другой стороны, чтобы найти неизвестное x , можно умножить обе части уравнения $x \cdot \frac{3}{11} = \frac{2}{5}$ на дробь $\frac{11}{3}$, обратную дробь $\frac{3}{11}$.

Получим:

$$x \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{11}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{11}{3};$$

$$x = \frac{2}{5} \cdot \frac{11}{3}.$$

9.5. Деление дробей

Итак, решая одно и то же уравнение, получим

$$x = \frac{2}{5} : \frac{3}{11} \quad \text{и} \quad x = \frac{2}{5} \cdot \frac{11}{3}.$$

Следовательно,

$$\frac{2}{5} : \frac{3}{11} = \frac{2}{5} \cdot \frac{11}{3}.$$

Вообще,



чтобы разделить дробь на дробь, нужно делимое умножить на дробь, обратную делителю.

Это правило можно записать формулой:

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}}.$$

Воспользовавшись этим правилом, решение уравнения $x \cdot \frac{3}{11} = \frac{2}{5}$ можно записать так:

$$x = \frac{2}{5} : \frac{3}{11} = \frac{2}{5} \cdot \frac{11}{3} = \frac{2 \cdot 11}{5 \cdot 3} = \frac{22}{15}.$$

Пример 1. Вычислить $\frac{17}{33} : \frac{6}{11}$.

Решение.

$$\frac{17}{33} : \frac{6}{11} = \frac{17}{33} \cdot \frac{11}{6} = \frac{17 \cdot \overset{1}{\cancel{11}}}{\underset{3}{\cancel{33}} \cdot 6} = \frac{17}{18}.$$

Ответ: $\frac{17}{18}$.



Так как любое натуральное число можно представить в виде дроби со знаменателем 1, то деление дроби на натуральное число, как и деление натурального числа на дробь, выполняются по правилу деления дроби на дробь:

$$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b} : \frac{n}{1} = \frac{a}{b \cdot n} = \frac{a : n}{b}$$

$$n : \frac{a}{b} = \frac{n}{1} : \frac{a}{b} = \frac{n \cdot b}{a}$$

Пример 2. Вычислить:

а) $\frac{2}{3} : 5$; б) $5 : \frac{2}{3}$; в) $\frac{18}{11} : 6$.

Решение.

а) $\frac{2}{3} : 5 = \frac{2}{3} : \frac{5}{1} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 5} = \frac{2}{15}$;

б) $5 : \frac{2}{3} = \frac{5}{1} : \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 2} = \frac{15}{2}$;

в) $\frac{18}{11} : 6 = \frac{18}{11} : \frac{6}{1} = \frac{18}{11} \cdot \frac{1}{6} = \frac{18 : 6}{11} = \frac{3}{11}$.

Ответ: а) $\frac{2}{15}$; б) $\frac{15}{2}$; в) $\frac{3}{11}$.

Договоримся также считать, что *если 0 разделить на любое число, отличное от нуля, то получится 0:*

$$0 : \frac{a}{b} = 0$$

Например, вычислим:

$$\text{а) } 0 : 7 = \frac{0}{7} = 0;$$

$$\text{б) } 0 : \frac{3}{7} = 0 \cdot \frac{7}{3} = 0.$$



На 0 делить нельзя.

Пример 3. Вычислить и сравнить частные:

$$\text{а) } \frac{2}{3} : \frac{4}{9}; \quad \text{б) } \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \right) : \left(\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{7} \right).$$

Решение.

$$\text{а) } \frac{2}{3} : \frac{4}{9} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 4} = \frac{3}{2};$$

$$\text{б) } \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \right) : \left(\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{7} \right) = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} : \frac{4 \cdot 5}{9 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 7}{3 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{3}{2}.$$

Ответ: частные равны.

Теперь заметим, что второе частное получилось из первого умножением делимого $\frac{2}{3}$ и делителя $\frac{4}{9}$ на одно и то же число $\frac{5}{7}$. Таким образом,



частное не изменяется, если делимое и делитель умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю.

Это утверждение называется **основным свойством частного**:

$$a : b = (a \cdot m) : (b \cdot m)$$

$$a : b = (a : m) : (b : m)$$

Вопросы

1. Как называются числа $\frac{4}{15}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{9}$ в записи $\frac{4}{15} : \frac{3}{5} = \frac{4}{9}$?
2. Что такое частное двух дробей?
3. Можно ли разделить дробь:
 - а) на дробь; б) на натуральное число; в) на нуль?
4. Как разделить на дробь:
 - а) дробь; б) натуральное число; в) нуль?
5. Сформулируйте основное свойство частного.



Упражнения

9.65.° Прочитайте выражение и найдите его значение:

1) $\frac{3}{5} : \frac{9}{20}$;

2) $\frac{14}{39} : \frac{7}{13}$;

3) $\frac{25}{27} : \frac{5}{81}$;

4) $\frac{99}{100} : \frac{11}{20}$.

9.66.° Вычислите:

1) $\frac{43}{58} : \frac{43}{58}$;

2) $\frac{19}{73} : \frac{19}{73}$;

3) $\frac{28}{44} : 1$;

4) $\frac{44}{63} : 1$;

5) $1 : \frac{23}{16}$;

6) $1 : \frac{29}{30}$;

7) $0 : \frac{11}{13}$;

8) $0 : \frac{17}{15}$.

9.67.° Найдите частное:

1) $\frac{28}{45} : 7$;

2) $\frac{42}{55} : 21$;

3) $\frac{77}{80} : 11$;

4) $\frac{24}{25} : 8$;

9.5. Деление дробей

5) $\frac{64}{99} : 32;$

6) $\frac{57}{65} : 19;$

7) $19 : \frac{57}{65};$

8) $32 : \frac{4}{9}.$

9.68. Запишите дробь, которая меньше дроби:

1) $\frac{16}{21}$ в 2 раза;

2) $\frac{20}{39}$ в 5 раз;

3) $\frac{12}{25}$ в 4 раза;

4) $\frac{70}{99}$ в 10 раз.

9.69. Вычислите:

1) $\frac{7}{16} : 2;$

2) $\frac{5}{11} : 3;$

3) $\frac{6}{7} : 9;$

4) $\frac{15}{22} : 10;$

5) $28 : \frac{21}{25};$

6) $22 : \frac{77}{100}.$

9.70. Найдите частное:

1) $\frac{34}{45} : 17;$

2) $\frac{39}{40} : 13;$

3) $30 : \frac{45}{202};$

4) $30 : \frac{75}{103};$

5) $17 : \frac{34}{45};$

6) $13 : \frac{39}{40}.$

9.71. Найдите частное от деления дроби $\frac{15}{28}$ на:

1) $\frac{3}{7};$

2) $\frac{5}{4};$

3) $\frac{5}{7};$

4) $\frac{15}{7};$

5) $\frac{3}{35};$

6) $\frac{5}{28}.$

9.72. 1) Дробь $\frac{75}{92}$ представили в виде произведения двух дробей. Одна из них — $\frac{15}{23}$. Найдите другую.

2) Дробь $\frac{345}{544}$ представили в виде произведения двух дробей. Одна из них — $\frac{15}{17}$. Найдите другую.

9.73. 1) Дробь $\frac{1}{12}$ представили в виде произведения трех дробей, две из них — $\frac{9}{32}$ и $\frac{7}{18}$. Найдите третью.

2) Представьте дробь $\frac{14}{15}$ в виде частного двух несократимых дробей несколькими способами.

9.74. Сравните частные:

$$1) \frac{3}{5} : \frac{4}{7} \text{ и } \left(\frac{2}{11} \cdot \frac{3}{5} \right) : \left(\frac{2}{11} \cdot \frac{4}{7} \right);$$

$$2) \frac{7}{22} : \frac{9}{13} \text{ и } \left(\frac{7}{22} \cdot \frac{1}{8} \right) : \left(\frac{9}{13} \cdot \frac{1}{8} \right).$$

9.75. Вычислите:

$$1) \left(\frac{9}{10} \cdot \frac{2}{11} \right) : \left(\frac{10}{11} \cdot \frac{2}{11} \right) \cdot \frac{100}{21};$$

$$2) \left(\frac{7}{8} \cdot \frac{12}{17} \right) : \left(\frac{12}{17} \cdot \frac{3}{10} \right) \cdot \frac{5}{6}.$$

9.76. Найдите произведение дробей и выполните проверку:

$$1) \frac{30}{77} \cdot \frac{154}{225};$$

$$2) \frac{94}{121} \cdot \frac{99}{235}.$$

9.77. Найдите частное дробей и выполните проверку:

1) $\frac{52}{25} : \frac{14}{5}$;

2) $\frac{42}{55} : \frac{63}{110}$.

9.78. Найдите значение выражения:

1) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{16} : \frac{5}{16}$;

2) $\frac{11}{18} \cdot \frac{7}{43} : \frac{11}{43}$;

3) $\frac{49}{54} : \frac{7}{45} : \frac{35}{6}$;

4) $\frac{77}{80} : \frac{11}{16} \cdot \frac{8}{35}$.

9.79. Решите уравнение:

1) $\frac{3}{8} \cdot x = \frac{4}{9}$;

2) $\frac{3}{8} : y = 1$;

3) $z \cdot \frac{22}{35} = 1$;

4) $\frac{14}{27} : z = \frac{2}{3}$;

5) $z : \frac{4}{15} = \frac{1}{3}$;

6) $y : \frac{7}{16} = \frac{1}{4}$.

9.80. Найдите значение выражения $\frac{45}{77} : a$, если a равно:

1) $\frac{5}{7}$;

2) $\frac{45}{77}$;

3) $\frac{9}{77}$;

4) $\frac{15}{11}$;

5) 15;

6) 9.

9.81. Найдите значение выражения $b : \frac{4}{5}$, если b равно:

1) $\frac{16}{5}$;

2) $\frac{4}{15}$;

3) $\frac{2}{5}$;

4) $\frac{8}{25}$;

5) 8;

6) 4.

9.82.* Запишите частное в виде дроби:

- 1) $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$; 2) $\frac{a}{b} : c$; 3) $\frac{m}{n} : \frac{p}{q}$; 4) $n : \frac{p}{q}$;
 5) $\frac{a}{2} : \frac{c}{4}$; 6) $\frac{m}{3} : \frac{3}{n}$; 7) $\frac{a}{4} : \frac{a}{8}$; 8) $\frac{a}{b} : \frac{1}{q}$.

9.83. Периметр прямоугольника равен $\frac{11}{5}$ дм. Найдите его длину, если ширина равна $\frac{4}{15}$ дм.

9.84. Площадь прямоугольника равна $\frac{24}{35}$ дм². Найдите его длину, если ширина равна $\frac{4}{5}$ дм.

9.85. Сумма двух обыкновенных дробей равна $\frac{7}{2}$. Найдите эти дроби, если одна из них на $\frac{5}{6}$ больше другой.

9.86. На самостоятельную работу по математике ушло $\frac{2}{5}$ ч. Сколько времени ученики затратили на выполнение заданий самостоятельной работы и сколько — на самопроверку, если на проверку ушло на $\frac{4}{15}$ ч меньше, чем на выполнение заданий?

9.87. Конькобежец бежал дистанцию со скоростью $\frac{2}{5} \frac{\text{км}}{\text{мин}}$, и за 200 м до финиша спортсмен увеличил скорость на $\frac{1}{10} \frac{\text{км}}{\text{мин}}$. За сколько секунд он пробежал эти 200 м?

9.6. Часть (дробь) от числа

9.88. Аня вышла из дома и пошла со скоростью $\frac{3}{40} \frac{\text{км}}{\text{мин}}$, чтобы дойти до гимназии за 12 мин. Ее

младшая сестра Яна вышла из дома через 4 мин после Ани и побежала следом за сестрой со скоростью $\frac{1}{8} \frac{\text{км}}{\text{мин}}$. Успеет ли Яна догнать сестру до прихода

Ани в гимназию?

9.89. Из лодки, плывшей вверх по течению реки со скоростью $\frac{15}{2} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, выпал спасательный круг. Пропа-

жу обнаружили, когда круг находился на расстоянии $\frac{21}{4}$ км от лодки. Через сколько минут была обнару-

жена пропажа круга, если скорость течения реки равна $\frac{5}{4} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$?

9.90. Катер прошел вверх по реке 10 км за $\frac{6}{5}$ ч. Какое расстояние пройдет катер за это же время вниз по реке, если скорость течения равна $\frac{5}{2} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$?

9.6. Часть (дробь) от числа

Напомним (п. 6.3): чтобы найти, какую часть, например, число 45 составляет от числа 54, надо число 45 разделить на 54:

$$45 : 54 = \frac{5}{6}$$

Пример 1. Найти $\frac{5}{6}$ от числа 54.

Решение. По правилу нахождения части от числа (п. 6.4) решение записывается так:

$$54 : 6 \cdot 5 = 45.$$

Ответ: 45.

Но выражение, стоящее в левой части равенства из примера 1, можно записать по-другому:

$$54 : 6 \cdot 5 = \frac{54}{6} \cdot 5 = \frac{54 \cdot 5}{6} = 54 \cdot \frac{5}{6}.$$

Значит, чтобы найти $\frac{5}{6}$ от числа 54, можно число 54 умножить на дробь $\frac{5}{6}$. Вообще,



если часть выражена дробью, то, чтобы найти часть от числа, можно число умножить на эту дробь:

$$54 \cdot \frac{5}{6} = 45$$

Пример 2. Найти число, $\frac{5}{6}$ от которого равны 45.

Решение. По правилу нахождения числа по части от него (п. 6.5) решение записывается так:

$$45 : 5 \cdot 6 = 54.$$

Ответ: 54.

Но выражение, стоящее в левой части равенства из примера 2, можно записать по-другому:

$$45 : 5 \cdot 6 = \frac{45}{5} \cdot 6 = \frac{45 \cdot 6}{5} = 45 : \frac{5}{6}.$$

9.6. Часть (дробь) от числа

Значит, чтобы найти число, $\frac{5}{6}$ от которого равны 45, можно 45 разделить на дробь $\frac{5}{6}$. Вообще,



если часть выражена дробью, то, чтобы найти число по части от него, можно часть от числа разделить на эту дробь:

$$45 : \frac{5}{6} = 54$$

Пример 3. Найти:

а) какую часть $\frac{3}{2}$ составляет от $\frac{6}{7}$;

б) $\frac{7}{4}$ от числа $\frac{6}{7}$;

в) число, $\frac{7}{4}$ от которого равны $\frac{3}{2}$.

Решение.

$$\text{а) } \frac{3}{2} : \frac{6}{7} = \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{\cancel{6}^1} = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 2} = \frac{7}{4};$$

$$\text{б) } \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{4} = \frac{\cancel{6}^3 \cdot \cancel{7}^1}{\cancel{7}_1 \cdot 4} = \frac{3}{2};$$

$$\text{в) } \frac{3}{2} : \frac{7}{4} = \frac{3 \cdot \cancel{4}^2}{\cancel{2}_1 \cdot 7} = \frac{6}{7}.$$

Ответ: а) $\frac{7}{4}$; б) $\frac{3}{2}$; в) $\frac{6}{7}$.

Вопросы

1. Как найти, какую часть составляет число a от числа b ?
2. Как найти часть от числа, если часть выражена дробью?
3. Как найти число по части от него, выраженной дробью?



Упражнения

9.91.° Какую часть число а) 12; б) $\frac{6}{35}$ составляет от числа:

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1) 18; | 2) $\frac{3}{7}$; | 3) $\frac{6}{5}$; |
| 4) $\frac{2}{5}$; | 5) 60; | 6) 1? |

9.92.° Какую часть от $\frac{3}{4}$ составляет число:

- | | | |
|----------------------|---------------------|---------------------|
| 1) $\frac{3}{8}$; | 2) $\frac{9}{16}$; | 3) $\frac{3}{20}$; |
| 4) $\frac{15}{16}$; | 5) $\frac{1}{12}$; | 6) $\frac{3}{2}$? |

9.93.° От числа $\frac{21}{25}$ найдите:

- | | | | |
|--------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $\frac{5}{7}$; | 2) $\frac{10}{21}$; | 3) $\frac{15}{28}$; | 4) $\frac{25}{42}$. |
|--------------------|----------------------|----------------------|----------------------|

9.94.° Найдите $\frac{3}{5}$ от числа:

- | | | |
|--------|--------------------|----------------------|
| 1) 1; | 2) 11; | 3) 22; |
| 4) 12; | 5) $\frac{5}{9}$; | 6) $\frac{10}{21}$. |

9.95. Сравните:

1) $\frac{5}{6}$ от $\frac{9}{10}$ и $\frac{5}{7}$ от $\frac{7}{8}$;

2) $\frac{28}{45}$ от $\frac{18}{35}$ и $\frac{18}{35}$ от $\frac{28}{45}$;

3) $\frac{5}{21}$ от $\frac{14}{15}$ и $\frac{5}{8}$ от $\frac{4}{9}$;

4) $\frac{32}{57}$ от $\frac{19}{24}$ и $\frac{57}{32}$ от $\frac{24}{19}$.

9.96. Вычислите:

1) $\frac{3}{4}$ от $\frac{4}{5}$ км;

2) $\frac{1}{2}$ от $\frac{3}{4}$ кг;

3) $\frac{3}{5}$ от $\frac{5}{12}$ ч;

4) $\frac{5}{8}$ от $\frac{16}{25}$ т;

5) $\frac{4}{15}$ от $\frac{3}{4}$ мин;

6) $\frac{7}{10}$ от $\frac{5}{14}$ а.

9.97. Сравните:

1) $\frac{6}{35}$ от $\frac{7}{12}$ ч и $\frac{3}{10}$ от $\frac{5}{12}$ ч;

2) $\frac{15}{44}$ от $\frac{11}{20}$ км и $\frac{5}{6}$ от $\frac{3}{8}$ км;

3) $\frac{5}{6}$ от $\frac{7}{12}$ а и $\frac{6}{7}$ от $\frac{7}{10}$ а;

4) $\frac{2}{3}$ от $\frac{11}{16}$ кг и $\frac{5}{9}$ от $\frac{3}{4}$ кг.

9.98. Найдите число, $\frac{2}{3}$ которого равны:

- 1) 5; 2) 1; 3) $\frac{8}{21}$;
 4) $\frac{10}{27}$; 5) $\frac{2}{15}$; 6) $\frac{4}{11}$.

9.99. Найдите значение величины, $\frac{5}{12}$ которой равно:

- 1) $\frac{5}{9}$ км; 2) $\frac{5}{6}$ а; 3) $\frac{20}{27}$ кг; 4) $\frac{55}{144}$ т;
 5) $\frac{15}{24}$ а; 6) $\frac{25}{40}$ км; 7) $\frac{105}{48}$ т; 8) $\frac{125}{288}$ кг.

9.100. Найдите число, $\frac{16}{45}$ которого равны:

- 1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{8}{9}$; 3) $\frac{16}{99}$; 4) $\frac{64}{85}$.

9.101. Какое из чисел меньше, если известно, что:

- 1) $\frac{6}{7}$ одного числа равны $\frac{5}{7}$, а $\frac{7}{20}$ другого равны $\frac{3}{10}$;
 2) $\frac{5}{11}$ одного числа равны $\frac{10}{33}$, а $\frac{5}{13}$ другого равны $\frac{4}{13}$;
 3) $\frac{7}{9}$ одного числа равны $\frac{4}{9}$, а $\frac{9}{13}$ другого равны $\frac{4}{26}$;

9.6. Часть (дробь) от числа

4) $\frac{5}{8}$ одного числа равны $\frac{7}{16}$, а $\frac{7}{11}$ другого равны $\frac{3}{22}$?

9.102. В буфет привезли $\frac{2}{25}$ т продуктов. Какова масса соков и напитков, если они составили $\frac{5}{8}$ общей массы?

9.103. В спортивных секциях занимаются $\frac{5}{9}$ учащихся 5 «А» класса. Какая часть учащихся класса занимается гимнастикой, если они составляют $\frac{3}{5}$ членов всех секций?

9.104. Кружки по разным предметам посещают $\frac{9}{14}$ учащихся 5 «Б» класса, из них $\frac{2}{3}$ — по математике. Какая часть учащихся класса — члены кружка по математике?

9.105. На выполнение самостоятельной работы было отведено $\frac{1}{3}$ ч. Какую часть отведенного времени Юля затратила на решение задачи, если она решила ее за $\frac{1}{5}$ ч?

9.106. Денис провел в разъездах $\frac{15}{22}$ своих каникул, из них $\frac{2}{5}$ этого времени он находился в спортивном лагере, остальное время — на даче у бабушки. Какую часть летних каникул Денис провел на даче?

9.107. На дорогу из школы домой Ян затрачивает $\frac{5}{12}$ ч, из них $\frac{1}{10}$ ч он идет пешком, а остальное время едет на автобусе. Какую часть времени Ян едет автобусом?

9.108. Шоколадные конфеты массой $\frac{5}{8}$ кг составляют $\frac{2}{5}$ массы подарочного набора, а орехи — $\frac{1}{5}$ массы остальной части набора. Какова масса орехов?

9.109. Какова масса всех продуктов, привезенных в школьный буфет, если $\frac{3}{10}$ ц булочек составили $\frac{2}{5}$ от их массы?

9.110. Вычислите периметр прямоугольника, если длина одной из сторон — $\frac{6}{25}$ м и составляет $\frac{4}{5}$ от длины другой.

9.111. На выполнение домашнего задания по математике Варя затратила $\frac{3}{10}$ ч, т. е. $\frac{2}{5}$ времени, потраченного на домашние задания по всем предметам. Сколько часов Варя готовила домашние задания?

9.7. Задачи на совместную работу

Пример 1. На компьютерный набор 900 страниц математического текста лаборант Сайтов тратит 20 дней, а Файлов — 30 дней. Какое время займет компьютерный набор 900 страниц, если лаборанты будут работать вместе?

9.7. Задачи на совместную работу

Решение. За один день лаборант Сайтов может набрать

$$900 : 20 = 45 \text{ (с.)},$$

а лаборант Файлов

$$900 : 30 = 30 \text{ (с.)}.$$

Если лаборанты будут работать вместе, то за один день они наберут

$$45 + 30 = 75 \text{ (с.)}.$$

Компьютерный набор при совместной работе будет выполнен за $900 : 75 = 12$ (дн.).

Ответ: 12 дней.

Пример 2. Две фирмы получили заказ на выпуск школьной формы. Первая фирма могла бы выполнить этот заказ за 20 дней, вторая — за 30 дней. За сколько дней совместной работы фирмы выполняют заказ?

Решение. Примем объем заказа, который нужно выполнить, за 1.

Определим, какую часть заказа могла бы выполнить за один день первая фирма:

$$1 : 20 = \frac{1}{20}.$$

Вторая фирма могла бы выполнить за один день

$$1 : 30 = \frac{1}{30}$$

часть заказа.

Работая вместе, фирмы за один день выполняют

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{3}{60} + \frac{2}{60} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

часть заказа.

Найдем, за сколько дней будет выполнен весь заказ при совместной работе обеих фирм:

$$1 : \frac{1}{12} = 1 \cdot \frac{12}{1} = 12 \text{ (дн.)}.$$

Ответ: 12 дней.

Вопрос

Известно, что задание выполняется за n часов. Какая часть задания будет выполнена:

а) за 1 ч; б) за 2 ч; в) за k часов?



Упражнения

9.112.° Один рабочий берется выполнить здание за 5 ч, а другой — за 7 ч.

- 1) Какую часть задания предполагает каждый из них выполнить за 1 ч?
- 2) Какую часть задания выполняют они оба за 1 ч?
- 3) За какое время они смогут выполнить задание, если будут работать вместе?

9.113.° Один тракторист может вспахать поле за 6 ч, а другой — это же поле за 4 ч. За какое время оба тракториста могут вспахать поле, если будут работать вместе?

9.114. Один комбайнер убрал $\frac{13}{5}$ га за t часов, а другой — за то же время на $\frac{4}{15}$ га больше. Сколько гектаров могли убрать за t часов комбайнеры, работая вместе?

9.115. Один насос наполняет бак нефтью за 16 мин, другой — за 15 мин, а третий — за 18 мин. Какая

часть бака будет наполнена нефтью в течение 1 мин тремя насосами?

9.116. Первый рабочий может выполнить задание за 25 ч, второй — за 20 ч, а третий — за 18 ч. За какое время могут выполнить это задание трое рабочих, работая вместе?

9.117. Заказ выполняют трое рабочих, из них первый мог бы выполнить его за 8 дней, второй — за 12 дней, третий — за 10 дней. Какая часть заказа осталась невыполненной после 3 дней их совместной работы?

9.118. Если открыть краны с горячей и холодной водой, то ванна наполнится за 8 мин, а если открыть один кран с горячей водой, то ванна наполнится за 18 мин. За сколько минут наполнится ванна, если открыть кран только с холодной водой?

9.119.* Первая бригада лесорубов может вырубить лес на участке за 7 дней, вторая — за 6 дней, а третья бригада — за срок, вдвое больший, чем первая бригада. После того как 2 дня поработали вместе первая и вторая бригады, к ним присоединилась третья. За сколько дней будет вырублен весь лес на участке?



Задачи на повторение

9.120. Вычислите:

1) $1 - \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{14} \right);$

2) $1 - \left(\frac{5}{24} + \frac{3}{8} \right);$

3) $\left(\frac{1}{4} - \frac{5}{24} \right) + \frac{9}{16};$

4) $\frac{3}{4} - \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{24} \right).$

Решите уравнение (9.121—9.122).

9.121.

- 1) $4 \cdot x + 6 \cdot x = 45 - 5 \cdot 3$;
- 2) $7 \cdot x - 5 \cdot x - 5 = 13 - 4$;
- 3) $x + 2 \cdot x + 4 \cdot x = 31 + 2 \cdot 9$;
- 4) $7 \cdot x - 5 \cdot x + 4 \cdot x - 38 = 15 \cdot 2 + 4$.

9.122.

- 1) $\frac{x}{30} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$;
- 2) $\frac{2}{25} - \frac{x}{200} = \frac{1}{20}$;
- 3) $\frac{1}{2} - \frac{2}{5} - x = 0$;
- 4) $\frac{3}{7} + \frac{5}{21} + x = \frac{2}{3}$.

9.123. Найдите корень уравнения:

- 1) $\frac{18}{7(x-4)} = 9$;
- 2) $\frac{8}{3(x+5)} = 4$;
- 3) $\frac{5}{7} + \frac{9}{x} = \frac{7}{8}$;
- 4) $\frac{11}{18} - \frac{4}{9} - \frac{1}{x} = 0$;
- 5) $\frac{11}{x+2} = \frac{5}{7}$;
- 6) $\frac{4}{x-3} = \frac{7}{11}$.

9.124. Два автобуса вышли одновременно из двух поселков A и B навстречу друг другу. Каждый час они сближаются на $\frac{7}{16}$ всего расстояния AB между поселками. Какую часть расстояния AB проходил за час один из них, если другой проходил за час $\frac{3}{8}$ от AB ?

9.125. Найдите длину ломаной линии из трех звеньев, если длина первого звена $\frac{7}{30}$ дм, второго звена —

на $\frac{1}{6}$ дм больше длины первого звена, а третьего звена равна сумме длин первого и второго звеньев.

9.126. На отрезке AB длиной 20 см отметили точки C и D так, что длина отрезка AC составила $\frac{2}{5}$ длины AB , а длина отрезка BD — $\frac{1}{4}$ длины AB (рис. 62).



Рис. 62

- 1) Какую часть длины отрезка AB составила длина каждого из отрезков AD и CB ?
- 2) Какой отрезок больше — AD или CB ?

9.127. Из города A вышел товарный поезд со скоростью $30 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а через 4 ч ему навстречу из города B вышел пассажирский поезд, скорость которого на $30 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ больше скорости товарного. Через 2 ч после выхода пассажирского поезда они встретились. Каково расстояние AB ?

9.128.* От пристаней A и B одновременно навстречу друг другу вышли два катера. Катер проходит расстояние от A до B по течению реки за 4 ч, а против течения — за 5 ч. Встретятся ли катера, если они находятся в пути:

- 1) 1 ч; 2) 2 ч; 3) 3 ч?

9.129.* Первая труба может наполнить бассейн за 20 ч, вторая — за 15 ч, а третья — за 10 ч. Наполнят ли они, работая вместе 2 ч:

- 1) половину бассейна; 2) треть бассейна?

9.130.* Можно ли разделить поровну 7 одинаковых пирожных между 12 детьми так, чтобы каждое пирожное делить не более чем на 4 части?

9.131.* В первый день фермер продал $\frac{2}{7}$ всех яблок, во второй — $\frac{2}{5}$ оставшихся яблок, в третий — $\frac{2}{3}$ остатка. Какую часть всех яблок продал фермер?

9.132.* Надя, Оля, Вера, Таня и Ира занимаются в кружках народных промыслов. Три девочки занимаются ткачеством, две — плетением из соломки. В каком кружке занимается Ира, если Надя и Таня занимаются в одном кружке, Оля и Вера — в разных, Вера и Таня — в одном?

9.133.* Лена, Галя, Юля и Аня заняли в соревновании по бегу первые четыре места. При этом:

- Лена не оказалась ни первой, ни последней из них;
- Галя была второй;
- Юля не была последней.

Как распределились места между девочками?

9.134. Сахар с корицей «Городейский» напilen кусочками в форме кубиков со стороной 1 см 5 мм. В коробке вмещается 7 кусочков в длину, 6 — в ширину и 3 — в высоту. Какой объем занимает сахар в коробке?

ГЛАВА 10

СМЕШАННЫЕ ДРОБИ

10.1. Смешанные дроби

Неправильную дробь $\frac{23}{5}$ можно представить в виде: $\frac{23}{5} = 4 + \frac{3}{5}$ (проверьте это), т. е. в виде суммы натурального числа 4 и правильной дроби $\frac{3}{5}$. Натуральное число 4 называется *целой частью* числа $\frac{23}{5}$, а правильная дробь $\frac{3}{5}$ — его *дробной частью*. Говорят, что из числа $\frac{23}{5}$ выделены целая и дробная части.

Неправильная дробь $\frac{12}{4}$ равна 3. Ее целая часть равна 3, а дробная часть равна 0.

Каждую неправильную дробь можно представить в виде суммы целой части и дробной части. Целая часть — это натуральное число, а дробная часть — это правильная дробь или число 0.



Целая часть правильной дроби равна 0, а дробная часть — самой дроби.

Целая часть натурального числа равна самому числу, а дробная часть — нулю.

Сумму натурального числа и правильной дроби записывают обычно без знака «+». Например, вместо $4 + \frac{3}{5}$ пишут $4\frac{3}{5}$. Это читается так: «*четыре целых и три пятых*». Число, записанное таким способом, называется *смешанной дробью*.

Пример 1. Записать в виде смешанной дроби число:

а) $\frac{43}{5}$; б) $\frac{865}{17}$.

Решение.

а) Числитель дроби $\frac{43}{5}$ разделим на знаменатель

с остатком: $43 = 5 \cdot 8 + 3$.

Отсюда получаем:

$$\frac{43}{5} = \frac{5 \cdot 8 + 3}{5} = \frac{5 \cdot 8}{5} + \frac{3}{5} = 8 + \frac{3}{5} = 8\frac{3}{5}.$$

б) Числитель дроби $\frac{865}{17}$ разделим на знаменатель

с остатком:

$$\begin{array}{r} 865 \overline{)17} \\ \underline{85} \\ 15 \end{array}, \text{ т. е. } 865 = 17 \cdot 50 + 15.$$

Итак, $\frac{865}{17} = \frac{17 \cdot 50 + 15}{17} = \frac{17 \cdot 50}{17} + \frac{15}{17} = 50\frac{15}{17}.$

Ответ: а) $8\frac{3}{5}$; б) $50\frac{15}{17}$.

Вообще,



чтобы выделить из неправильной дроби целую и дробную части, нужно разделить с остатком ее числитель на знаменатель. Тогда: целая часть неправильной дроби будет равна частному (неполному частному); числитель дробной части будет равен остатку, а ее знаменатель — знаменателю неправильной дроби.

Пример 2. Запишите неправильной дробью число $5\frac{7}{12}$.

Решение. Смешанная дробь $5\frac{7}{12}$ — это сумма ее целой части — числа 5 и дробной части — числа $\frac{7}{12}$. Вы-

числим эту сумму по правилу сложения дробей:

$$5\frac{7}{12} = 5 + \frac{7}{12} = \frac{5}{1} + \frac{7}{12} = \frac{5 \cdot 12}{1 \cdot 12} + \frac{7}{12} = \frac{5 \cdot 12 + 7}{12} = \frac{67}{12}.$$

Можно это преобразование проделать быстрее:

$$5\frac{7}{12} = \frac{5 \cdot 12 + 7}{12} = \frac{67}{12}.$$

Ответ: $\frac{67}{12}$.

Вообще,



чтобы представить смешанную дробь в виде неправильной дроби, нужно сложить ее целую и дробную части по правилу сложения дробей.

Вопросы

1. Как найти целую и дробную части неправильной дроби?
2. Чему равна целая часть:
 - а) правильной дроби; б) натурального числа?

3. Чему равна дробная часть:
 - а) правильной дроби; б) натурального числа?
4. Что такое смешанная дробь?
5. Как представить смешанную дробь в виде неправильной дроби?



Упражнения

10.1.° Назовите целую и дробную части числа:

- 1) $3\frac{1}{5}$; 2) $8\frac{1}{12}$; 3) $15\frac{3}{8}$; 4) $\frac{11}{25}$;
- 5) 4; 6) $\frac{1}{2}$; 7) 2; 8) 0.

10.2.° Запишите сумму натурального числа и дроби в виде а) смешанной дроби; б) неправильной дроби:

- 1) $1 + \frac{6}{11}$; 2) $3 + \frac{5}{6}$; 3) $11 + \frac{11}{12}$; 4) $15 + \frac{4}{15}$.

10.3. Запишите значение выражения $a + b$ в виде а) смешанной дроби; б) неправильной дроби, если:

- 1) $a = 19, b = \frac{1}{6}$; 2) $a = 8, b = \frac{8}{9}$;
- 3) $a = \frac{13}{19}, b = \frac{3}{3}$; 4) $a = \frac{5}{5}, b = \frac{5}{6}$.

10.4. Выделите целую часть из неправильной дроби:

- 1) $\frac{21}{5}$; 2) $\frac{49}{6}$; 3) $\frac{35}{11}$; 4) $\frac{38}{15}$.

10.5. Запишите смешанную дробь в виде а) суммы натурального числа и правильной дроби; б) неправильной дроби:

- 1) $11\frac{2}{9}$; 2) $25\frac{4}{15}$; 3) $105\frac{3}{8}$; 4) $512\frac{33}{70}$.

10.6. Запишите неправильную дробь в виде а) смешанной дроби; б) суммы натурального числа и правильной дроби:

1) $\frac{32}{3}$; 2) $\frac{45}{11}$; 3) $\frac{76}{25}$; 4) $\frac{85}{16}$.

10.7. Сократите дробь и представьте ее в виде смешанной дроби:

1) $\frac{33}{15}$; 2) $\frac{28}{16}$; 3) $\frac{303}{60}$; 4) $\frac{66}{18}$.

10.8. Используя смешанные дроби, выразите:

- 1) 58 дм в метрах;
- 2) 1400 м в километрах;
- 3) 1 ч 35 мин в часах;
- 4) 8 мин 49 с в минутах.

10.9. Выразите:

1) $3\frac{1}{2}$ км в метрах; 2) $8\frac{3}{4}$ кг в граммах;
3) $2\frac{3}{5}$ ч в минутах; 4) $4\frac{3}{8}$ т в килограммах.

10.10. Найдите значение выражения и результат запишите в виде смешанной дроби:

1) $\frac{3}{20} + \frac{3}{4} + \frac{5}{12}$;
2) $\frac{4}{5} + \frac{17}{25} + \frac{11}{15}$;
3) $\left(\frac{17}{18} + \frac{5}{9}\right) + \left(\frac{11}{12} + \frac{8}{9}\right)$;
4) $12 + \frac{11}{18} + \left(\frac{8}{9} + \left(\frac{4}{15} + \frac{7}{30}\right)\right)$.

10.11.° Вася на тренировке пробежал 30 км за 4 ч. Найдите его скорость.

10.12.° Расстояние между Гомелем и Могилевом¹⁾, равное 170 км, автомобиль проехал со скоростью $60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Определите время движения автомобиля.

10.13. Из Минска в Брест выехал автобус со скоростью $72 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а из Бреста в Минск в то же время — маршрутное такси со скоростью $78 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Через какое время автобус и маршрутное такси встретятся, если расстояние между Минском и Брестом равно 345 км?

10.14. От бензоколонки в противоположных направлениях выехали грузовой и легковой автомобили, скорости которых равны $50 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ и $70 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Через какое время расстояние между автомобилями станет 288 км?

10.15. Надя ответила на 24 вопроса теста по математике за 40 мин. Какое время в среднем тратила Надя для ответа на один вопрос?

¹⁾ За расстояние между городами принимается расстояние между их почтамтами. (Почтамт — главное почтовое учреждение города.)

10.2. Сравнение смешанных дробей

Чтобы сравнить две смешанные дроби, можно записать их в виде неправильных дробей и сравнить по правилу сравнения обыкновенных дробей. Но смешанные дроби можно сравнивать, не записывая их в виде неправильных дробей. Для этого мы пользуемся следующими двумя правилами.



1. Из двух смешанных дробей с разными целыми частями меньше та, у которой целая часть меньше, и больше та, у которой целая часть больше.

2. Из двух смешанных дробей с равными целыми частями меньше та, у которой дробная часть меньше, и больше та, у которой дробная часть больше.

Пример 1. Сравнить дробь $7\frac{2}{33}$ с дробью:

а) $13\frac{25}{33}$; б) $3\frac{25}{33}$.

Решение.

а) $7\frac{2}{33} < 13\frac{25}{33}$, так как $7 < 13$;

б) $7\frac{2}{33} > 3\frac{25}{33}$, так как $7 > 3$.

Ответ: а) меньше; б) больше.

Пример 2. Сравнить первое число со вторым:

а) $25\frac{2}{13}$ и $25\frac{11}{13}$; б) $14\frac{5}{7}$ и $14\frac{4}{7}$.

Решение.

а) $25\frac{2}{13} < 25\frac{11}{13}$, так как $\frac{2}{13} < \frac{11}{13}$;

б) $14\frac{5}{7} > 14\frac{4}{7}$, так как $\frac{5}{7} > \frac{4}{7}$.

Ответ: а) меньше; б) больше.

Сравнивая по этим правилам число $2\frac{5}{8}$ с числами 2 и 3, имеем: $2 < 2\frac{5}{8}$ и $2\frac{5}{8} < 3$.

Вообще,



смешанная дробь больше своей целой части, но меньше натурального числа, следующего за этой целой частью.

В Древней Руси существовали названия:

$1\frac{1}{2}$ — полтора, $2\frac{1}{2}$ — полтретья, $3\frac{1}{2}$ — полчетверта.

В настоящее время сохранились отголоски этих названий. Так, часто число $1\frac{1}{2}$ называют «полтора». На рисунке 63, а изображены полтора яблока. А, например, на вопрос: «Который час?» — мы ответим: «Полтретьего», если на часах 2 часа и 30 минут ($2\frac{1}{2}$ часа) (рис. 63, б).

а)



б)



Рис. 63

10.2. Сравнение смешанных дробей

Вопросы

1. Как сравнить смешанные дроби:
а) с разными целыми частями; б) с одинаковыми целыми частями?
2. Между какими последовательными натуральными числами заключена смешанная дробь?



Упражнения

10.16.° Прочитайте неравенства:

1) $3\frac{7}{15} > 2\frac{14}{15}$;

2) $5\frac{8}{9} > 4\frac{4}{9}$;

3) $8\frac{11}{16} < 8\frac{13}{16}$;

4) $12\frac{1}{8} < 12\frac{3}{8}$.

10.17.° Сравните:

1) $6\frac{1}{2}$ и 6;

2) $135\frac{2}{3}$ и 136;

3) 178 и $178\frac{1}{100}$;

4) 192 и $191\frac{99}{100}$.

10.18.° Определите, какая из смешанных дробей больше:

1) $7\frac{5}{11}$ и $6\frac{9}{11}$;

2) $18\frac{7}{15}$ и $18\frac{8}{15}$;

3) $4056\frac{8}{9}$ и $4065\frac{8}{9}$;

4) $8123\frac{9}{13}$ и $8123\frac{10}{13}$.

10.19.° Назовите меньшую из смешанных дробей:

1) $107\frac{5}{16}$ и $109\frac{3}{16}$;

2) $9103\frac{1}{111}$ и $9301\frac{1}{111}$.

10.20. Сравните смешанные дроби:

1) $18\frac{23}{25}$ и $18\frac{32}{35}$;

2) $123\frac{5}{7}$ и $132\frac{7}{8}$;

3) $108\frac{11}{18}$ и $108\frac{17}{30}$;

4) $5073\frac{9}{101}$ и $5703\frac{99}{101}$.

10.21. Сравните дроби:

1) $\frac{135}{12}$ и $\frac{250}{20}$;

2) $\frac{308}{33}$ и $\frac{315}{30}$;

3) $\frac{120}{48}$ и $\frac{295}{95}$;

4) $\frac{210}{49}$ и $\frac{228}{54}$.

10.22. Определите, какая из смешанных дробей

$$11\frac{7}{15}, 14\frac{8}{23}, 9\frac{6}{11}, 15\frac{7}{12}, 9\frac{6}{17}, 15\frac{7}{15} :$$

1) наименьшая;

2) наибольшая.

10.23. Определите, какая из дробей

$$\frac{528}{99}, \frac{539}{98}, \frac{567}{108}, \frac{570}{90}, \frac{624}{96}, \frac{625}{100} :$$

1) наименьшая;

2) наибольшая.

10.24. Назовите смешанную дробь меньше дроби:

1) $1\frac{11}{12}$;

2) $2\frac{7}{9}$;

3) $5\frac{1}{13}$;

4) $7\frac{1}{24}$.

10.25. Назовите смешанную дробь больше дроби:

1) $12\frac{3}{8}$;

2) $18\frac{9}{10}$;

3) $23\frac{7}{8}$;

4) $45\frac{9}{11}$.

10.26. Укажите смешанную дробь, которая меньше одной из двух дробей, но больше другой:

1) $2\frac{5}{14}$ и $2\frac{9}{14}$;

2) $5\frac{9}{10}$ и $6\frac{1}{10}$;

3) $19\frac{1}{3}$ и $19\frac{1}{2}$;

4) $14\frac{7}{12}$ и $14\frac{7}{11}$.

10.27. Между какими последовательными натуральными числами заключено число:

1) $\frac{19}{3}$;

2) $\frac{78}{9}$;

3) $\frac{59}{2}$;

4) $\frac{145}{6}$?

10.28. Запишите в порядке возрастания смешанные дроби

$$3\frac{5}{6}, 5\frac{1}{9}, 4\frac{2}{3}, 4\frac{7}{12}, 3\frac{7}{8}, 5\frac{2}{19}.$$

10.29. Запишите в порядке убывания смешанные дроби

$$8\frac{6}{25}, 9\frac{3}{4}, 6\frac{11}{20}, 8\frac{2}{5}, 6\frac{10}{19}, 9\frac{3}{5}.$$

10.30. Сравните значения величин:

1) $32\frac{2}{5}$ км и $32\frac{19}{40}$ км;

2) $4\frac{7}{10}$ т и $4\frac{17}{25}$ т;

3) $22\frac{7}{20}$ га и $21\frac{19}{20}$ га;

4) $38\frac{8}{25}$ м и $35\frac{1}{4}$ м.

10.3. Изображение дробей на координатном луче

Мы знаем, что на координатном луче можно изобразить любое натуральное число и 0. А как на нем изобразить дробь, например $\frac{3}{5}$?

Для этого единичный отрезок разделим на 5 равных частей и отложим $\frac{1}{5}$ часть 3 раза от точки 0 (рис. 64).

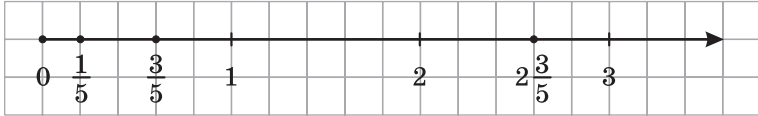


Рис. 64

Получим точку, которая называется точкой с координатой $\frac{3}{5}$, или просто точкой $\frac{3}{5}$.

Чтобы отложить на координатном луче точку $2\frac{3}{5}$, отметим сначала на луче точку 2, а затем отложим от нее вправо $\frac{1}{5}$ часть единичного отрезка три раза (см. рис. 64). Получим точку $2\frac{3}{5}$.

Если A — точка на координатном луче, расстояние от которой до точки 0 равно $2\frac{4}{7}$ (рис. 65), то говорят: «точка A с координатой $2\frac{4}{7}$ » и пишут: $A\left(2\frac{4}{7}\right)$.

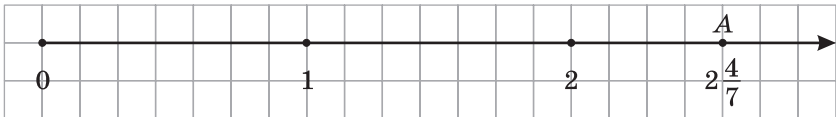


Рис. 65

Если a и b — две дроби и $a < b$, то на координатном луче точка a расположена левее точки b . На-

10.3. Изображение дробей на координатном луче

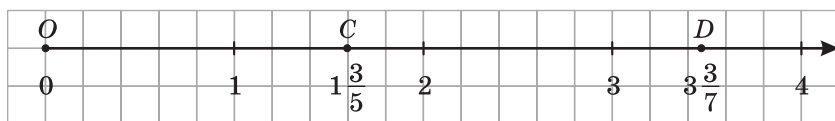


Рис. 66

пример, $1\frac{3}{5} < 3\frac{3}{7}$, поэтому на рисунке 66 точка $C\left(1\frac{3}{5}\right)$ расположена левее точки $D\left(3\frac{3}{7}\right)$.

Вопросы

1. Как на координатном луче изобразить числа

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{7}{3}, 1\frac{2}{3}, 2\frac{1}{3}?$$

2. Что значит выражение «точка М с координатой $1\frac{2}{3}$ »?



Упражнения

10.31.° 1) Назовите координаты точек, отмеченных на координатном луче (рис. 67, 68).

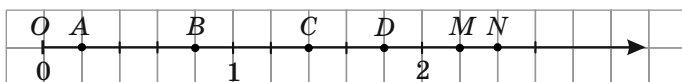


Рис. 67

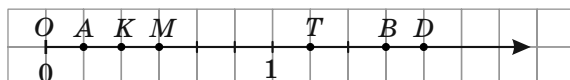


Рис. 68

2) Координаты каких точек, отмеченных на координатном луче (рис. 67, 68), выражаются дробями:

- 1) правильными;
- 2) неправильными;
- 3) смешанными?

10.32. На координатном луче с единичным отрезком, равным 10 клеткам тетради, отметьте точки:

$$A\left(\frac{1}{10}\right), B\left(\frac{1}{5}\right), C\left(\frac{1}{2}\right), D\left(\frac{4}{5}\right), E\left(\frac{11}{10}\right), F\left(\frac{7}{5}\right), R\left(\frac{21}{10}\right), T\left(\frac{3}{2}\right).$$

10.33. Укажите координаты точек, изображенных на рисунке 69, и определите, координаты каких точек являются:

- 1) правильными дробями;
- 2) неправильными дробями?

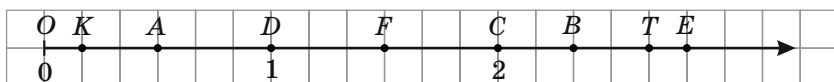


Рис. 69

10.34. Постройте координатный луч, приняв за единичный отрезок:

- а) 15 клеток тетради;
- б) 30 клеток тетради.

Отметьте на этом координатном луче точку:

- 1) $A\left(\frac{1}{3}\right)$;
- 2) $B\left(\frac{1}{5}\right)$;
- 3) $C\left(\frac{2}{3}\right)$;
- 4) $D\left(\frac{3}{15}\right)$;
- 5) $M\left(\frac{5}{15}\right)$;
- 6) $K\left(\frac{10}{15}\right)$;
- 7) $E\left(\frac{6}{5}\right)$;
- 8) $T\left(\frac{20}{15}\right)$.

10.35. Отрезок длиной 12 см принят за единичный. Отметьте на координатном луче точки с координатами:

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{13}{12}, \frac{3}{2}, \frac{19}{12}.$$

Используя полученный чертеж, сравните дроби:

- 1) $\frac{3}{4}$ и $\frac{3}{5}$;
- 2) $\frac{5}{6}$ и $\frac{5}{8}$;
- 3) $\frac{5}{6}$ и $\frac{5}{12}$;
- 4) $\frac{5}{12}$ и $\frac{5}{8}$.

10.3. Изображение дробей на координатном луче

10.36. Отрезок длиной 9 см принят за единичный. Отметьте на координатном луче точки с координатами:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{4}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}, \frac{5}{18}, \frac{11}{18}, \frac{13}{18}, \frac{17}{18}, \frac{10}{9}, \frac{4}{3}.$$

Запишите дроби в порядке убывания, используя чертеж.

10.37. Отметьте на координатном луче дробь:

$$1) \frac{12}{12}; \quad 2) \frac{52}{24}; \quad 3) \frac{60}{36}; \quad 4) \frac{55}{30}.$$

10.38. 1) На координатном луче на расстоянии двух клеток от точки O отмечена точка M (рис. 70).

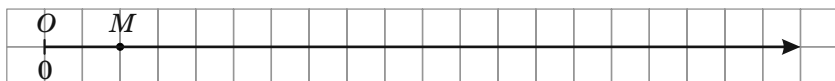


Рис. 70

Каковы ее координаты, если единичный отрезок равен:

а) 6; б) 12; в) 10; г) 15 клеткам?

2) На координатном луче на расстоянии тринадцати клеток от точки O отмечена точка N (рис. 71).

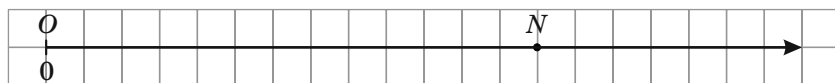


Рис. 71

Каковы ее координаты, если единичный отрезок равен:

а) 3; б) 4; в) 8; г) 9 клеткам?

10.39. Решите уравнение:

$$1) \left(\frac{1}{3}\right)^2 + x = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 2; \quad 2) \left(\frac{1}{3}\right)^3 - x = \left(\frac{1}{2}\right)^5;$$

$$3) \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \cdot \left(x - \frac{2}{7} \right) = \frac{4}{5}; \quad 4) \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \left(x - \frac{3}{10} \right) = \frac{3}{8}.$$

10.40. Начертите прямоугольник, периметр которого равен 18 см, а длина в 2 раза больше ширины. Найдите площадь этого прямоугольника.

10.41. Лена проходит расстояние между поселками за 2 ч, а Галя — за 3 ч. Девочки вышли одновременно навстречу друг другу. Через какое время они встретятся?

10.42. Если длину прямоугольника увеличить на 4 см, то его площадь увеличится на 24 см^2 . Вычислите ширину прямоугольника.

10.43. Для коктейля берут 8 частей молока, 5 частей ванильного мороженого и 2 части клубничного сиропа. Сколько нужно молока, ванильного мороженого и клубничного сиропа для получения 2 кг 250 г коктейля?

10.44.* С помощью пяти пятерок и знаков арифметических действий составьте пять числовых выражений, каждое из которых имеет значение 5.

10.4. Сложение смешанных дробей

Для сложения смешанных дробей используются законы сложения, в частности сочетательный и переместительный законы сложения.

Пример 1. Вычислить сумму:

$$\text{а) } 4\frac{3}{7} + 6\frac{2}{7}; \quad \text{б) } 14\frac{5}{9} + 3; \quad \text{в) } 13\frac{5}{11} + \frac{3}{11}.$$

10.4. Сложение смешанных дробей

Решение.

$$\begin{aligned}\text{а) } 4\frac{3}{7} + 6\frac{2}{7} &= \left(4 + \frac{3}{7}\right) + \left(6 + \frac{2}{7}\right) = (4 + 6) + \left(\frac{3}{7} + \frac{2}{7}\right) = \\ &= 10 + \frac{5}{7} = 10\frac{5}{7};\end{aligned}$$

$$\text{б) } 14\frac{5}{9} + 3 = \left(14 + \frac{5}{9}\right) + 3 = (14 + 3) + \frac{5}{9} = 17 + \frac{5}{9} = 17\frac{5}{9};$$

$$\begin{aligned}\text{в) } 13\frac{5}{11} + \frac{3}{11} &= \left(13 + \frac{5}{11}\right) + \frac{3}{11} = 13 + \left(\frac{5}{11} + \frac{3}{11}\right) = \\ &= 13 + \frac{8}{11} = 13\frac{8}{11}.\end{aligned}$$

ОТВЕТ: а) $10\frac{5}{7}$; б) $17\frac{5}{9}$; в) $13\frac{8}{11}$.



Чтобы сложить смешанные дроби, нужно сложить их целые части, сложить их дробные части, а затем сложить полученные результаты.

Покажем, как записать вычисления, когда при сложении дробных частей получают неправильную дробь.

Пример 2. Вычислить сумму:

$$\text{а) } 12\frac{3}{7} + 2\frac{6}{7}; \quad \text{б) } 3\frac{9}{11} + 4\frac{2}{11}.$$

Решение.

$$\text{а) } 12\frac{3}{7} + 2\frac{6}{7} = 14 + \frac{9}{7} = 14 + 1\frac{2}{7} = 15\frac{2}{7};$$

$$\text{б) } 3\frac{9}{11} + 4\frac{2}{11} = 7 + \frac{11}{11} = 7 + 1 = 8.$$

Ответ: а) $15\frac{2}{7}$; б) 8.

Если у дробных частей слагаемых знаменатели разные, то нужно привести их к общему знаменателю, а затем складывать, как было показано в примерах 1 и 2.

Пример 3. Вычислить сумму $3\frac{5}{6} + 2\frac{8}{15}$.

Решение.

$$\begin{aligned} 3\frac{5}{6} + 2\frac{8}{15} &= 5 + \left(\frac{5}{6} + \frac{8}{15}\right) = 5 + \left(\frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 5} + \frac{8 \cdot 2}{15 \cdot 2}\right) = \\ &= 5 + \left(\frac{25}{30} + \frac{16}{30}\right) = 5 + \frac{41}{30} = 5 + 1\frac{11}{30} = 6\frac{11}{30}. \end{aligned}$$

Ответ: $6\frac{11}{30}$.

Вопрос

Как сложить смешанные дроби?



Упражнения

10.45.° Вычислите сумму чисел:

1) $5\frac{3}{8}$ и 1;

2) 11 и $8\frac{2}{3}$;

3) $98\frac{11}{15}$ и 102;

4) $303\frac{81}{100}$ и 307.

10.46.° Сложите дроби:

1) $2\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$;

2) $8\frac{6}{11} + \frac{5}{11}$;

3) $3\frac{11}{15} + \frac{3}{5}$;

4) $\frac{15}{28} + 4\frac{5}{7}$.

10.47.° Найдите сумму смешанных дробей:

1) $5\frac{3}{5} + 1\frac{1}{5}$;

2) $8\frac{4}{9} + 6\frac{5}{9}$;

3) $9\frac{4}{21} + 8\frac{20}{21}$;

4) $10\frac{19}{27} + 3\frac{13}{27}$.

10.48. Найдите значение выражения:

1) $18\frac{5}{8} + 11\frac{3}{32}$;

2) $21\frac{4}{15} + 8\frac{7}{30}$;

3) $108\frac{1}{28} + 92\frac{3}{4}$;

4) $59\frac{2}{9} + 171\frac{8}{45}$.

10.49. Вычислите:

1) $9\frac{5}{12} + 7\frac{9}{16}$;

2) $72\frac{3}{22} + 48\frac{1}{33}$;

3) $304\frac{27}{28} + 195\frac{5}{42}$;

4) $279\frac{22}{45} + 102\frac{11}{18}$.

10.50. Для каждой суммы запишите переместительный закон и проверьте его:

1) $3\frac{5}{18} + 4\frac{2}{9}$;

2) $8\frac{4}{5} + 6\frac{1}{15}$;

3) $91\frac{14}{33} + 8\frac{9}{22}$;

4) $7\frac{7}{20} + 8\frac{3}{4}$.

10.51. Найдите число, которое больше числа $15\frac{4}{15}$ на:

1) $25\frac{7}{30}$;

2) $11\frac{9}{10}$;

3) $34\frac{11}{15}$;

4) $20\frac{2}{15}$.

10.52. Найдите число, которое на $25\frac{4}{15}$ больше числа:

- 1) $28\frac{21}{25}$; 2) $34\frac{11}{15}$; 3) $35\frac{2}{5}$; 4) $26\frac{9}{30}$.

10.53. Найдите сумму:

- 1) $7\frac{4}{25}$ км + $3\frac{17}{20}$ км; 2) $1\frac{2}{15}$ ч + $2\frac{1}{5}$ ч;
3) $13\frac{17}{120}$ га + $12\frac{22}{25}$ га; 4) $72\frac{11}{20}$ мин + $24\frac{1}{30}$ мин.

10.54. Представьте число $2\frac{1}{3}$ в виде суммы:

- 1) смешанной дроби и натурального числа;
2) смешанной и обыкновенной дробей;
3) двух смешанных дробей.

10.55. Найдите значение выражения $3\frac{5}{12} + a$, если a равно:

- 1) $2\frac{7}{12}$; 2) $4\frac{1}{12}$; 3) $5\frac{5}{6}$; 4) $4\frac{7}{10}$.

10.56. Найдите значение выражения $n + 15\frac{7}{30}$ при:

- 1) $n = 4\frac{13}{30}$; 2) $n = 9\frac{8}{30}$;
3) $n = 4\frac{13}{15}$; 4) $n = 5\frac{2}{45}$.

10.57. Найдите значение выражения:

- 1) $7\frac{19}{22} + 5\frac{1}{4} + 4\frac{3}{22} + 8$;
2) $1299 + 28\frac{5}{6} + 8701 + 61\frac{1}{6}$;

$$3) 47\frac{14}{23} + 13\frac{16}{45} + 22\frac{9}{23} + 16\frac{29}{45};$$

$$4) 4507\frac{3}{5} + 89\frac{6}{7} + 5482\frac{2}{5} + 10\frac{1}{7}.$$

10.58. Найдите значение выражения:

$$1) 52\frac{41}{85} + \left(14\frac{2}{9} + 47\frac{44}{85}\right);$$

$$2) \left(19\frac{2}{17} + 11\frac{17}{43}\right) + 24\frac{26}{43};$$

$$3) \left(7\frac{5}{18} + 4\frac{11}{25}\right) + \left(6\frac{2}{9} + 5\frac{14}{25}\right);$$

$$4) \left(\left(31\frac{22}{31} + 14\frac{9}{44}\right) + 3\frac{9}{31}\right) + \frac{13}{44}.$$

10.59. Туристы два с половиной часа ехали автобусом, три часа с четвертью шли пешком и час с третью ехали на попутном транспорте. Какое время туристы были в пути?

10.60. На отрезке AB отметили точку M так, что $AM = 2\frac{3}{5}$ см, а $MB = 4\frac{7}{10}$ см. Найдите длину AB .

10.61. На отрезке AB отметили точку S так, что $AS = 5\frac{3}{10}$ дм, а SB на $2\frac{2}{5}$ дм длиннее. Найдите длину AB .

10.62. Меньшая сторона треугольника равна $7\frac{3}{4}$ см, две другие больше ее на $1\frac{1}{2}$ см и $2\frac{7}{10}$ см соответственно. Вычислите периметр треугольника.

10.63. Найдите периметр прямоугольника, если длина одной из сторон — $7\frac{8}{11}$ см, а другой — на $2\frac{7}{33}$ см больше.

10.64. Для приготовления компота из сухофруктов подготовили $1\frac{3}{8}$ кг урюка¹⁾, $1\frac{1}{4}$ кг груш, а яблок столько, сколько урюка и груш вместе. Найдите массу сухофруктов, подготовленных для компота.

10.65. Какова скорость катера по течению реки, если его скорость в стоячей воде равна $16\frac{3}{4}$ $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а скорость течения реки равна $1\frac{7}{12}$ $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$?

10.66. По ветке навстречу друг другу ползут улитка и гусеница (рис. 72). Скорость улитки $6\frac{1}{9}$ $\frac{\text{см}}{\text{мин}}$, скорость гусеницы $17\frac{8}{9}$ $\frac{\text{см}}{\text{мин}}$. Через сколько минут они встретятся, если их разделяет 48 см?

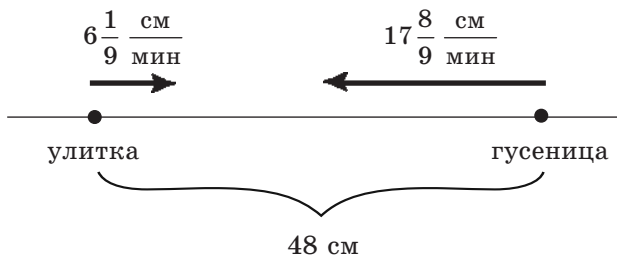


Рис. 72

¹⁾ Урюк — сушеные абрикосы с косточкой.

10.5. Вычитание смешанных дробей

Покажем на примерах, как вычисляется разность смешанных дробей.

Рассмотрим случай, когда *дробная часть уменьшаемого больше или равна дробной части вычитаемого*.

Пример 1. Вычислить разность:

$$\text{а) } 7\frac{10}{13} - 5\frac{6}{13}; \quad \text{б) } 7\frac{10}{13} - 5\frac{10}{13}; \quad \text{в) } 7\frac{10}{13} - 7\frac{8}{13}.$$

Решение.

$$\begin{aligned} \text{а) } 7\frac{10}{13} - 5\frac{6}{13} &= \left(7 + \frac{10}{13}\right) - \left(5 + \frac{6}{13}\right) = \\ &= (7 - 5) + \left(\frac{10}{13} - \frac{6}{13}\right) = 2\frac{4}{13}; \end{aligned}$$

$$\text{б) } 7\frac{10}{13} - 5\frac{10}{13} = (7 - 5) + \left(\frac{10}{13} - \frac{10}{13}\right) = 2;$$

$$\text{в) } 7\frac{10}{13} - 7\frac{8}{13} = (7 - 7) + \left(\frac{10}{13} - \frac{8}{13}\right) = \frac{2}{13}.$$

Ответ: а) $2\frac{4}{13}$; б) 2; в) $\frac{2}{13}$.

Рассмотрим случай, когда *дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого*. В этом случае в целой части уменьшаемого «занимают» единицу и прибавляют ее к дробной части.

Пример 2. Вычислить разность:

$$\text{а) } 7\frac{10}{13} - 5\frac{12}{13}; \quad \text{б) } 7 - 5\frac{12}{13}.$$

Решение.

$$\begin{aligned}\text{а) } 7\frac{10}{13} - 5\frac{12}{13} &= \left(6 + \frac{23}{13}\right) - 5\frac{12}{13} = \\ &= (6 - 5) + \left(\frac{23}{13} - \frac{12}{13}\right) = 1\frac{11}{13};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{б) } 7 - 5\frac{12}{13} &= \left(6 + \frac{13}{13}\right) - 5\frac{12}{13} = \\ &= (6 - 5) + \left(\frac{13}{13} - \frac{12}{13}\right) = 1\frac{1}{13}.\end{aligned}$$

Ответ: а) $1\frac{11}{13}$; б) $1\frac{1}{13}$.

Когда у дробных частей уменьшаемого и вычитаемого знаменатели разные, то сначала нужно привести их к общему знаменателю, а затем выполнить вычитание, как было показано в предыдущих примерах.

Пример 3. Вычислить разность $7\frac{10}{13} - 5\frac{2}{3}$.

Решение.

$$7\frac{10}{13} - 5\frac{2}{3} = 7\frac{30}{39} - 5\frac{26}{39} = 2\frac{4}{39}.$$

Ответ: $2\frac{4}{39}$.

Вопрос

Как вычисляется разность смешанных дробей, когда дробная часть уменьшаемого:

- а) больше или равна дробной части вычитаемого;
- б) меньше дробной части вычитаемого?

**Упражнения**

10.67.° Найдите разность чисел:

1) $8\frac{3}{5}$ и 4;

2) $19\frac{11}{46}$ и 13;

3) $343\frac{56}{75}$ и 303;

4) $107\frac{5}{16}$ и 107.

10.68.° Вычислите:

1) $5\frac{15}{22} - \frac{11}{22}$;

2) $83\frac{21}{23} - \frac{12}{23}$;

3) $314\frac{21}{25} - \frac{16}{25}$;

4) $106\frac{31}{52} - \frac{12}{52}$.

10.69.° Вычислите:

1) $4\frac{1}{22} - \frac{3}{22}$;

2) $13\frac{9}{50} - \frac{13}{50}$;

3) $1\frac{7}{25} - \frac{11}{25}$;

4) $1\frac{11}{80} - \frac{19}{80}$.

10.70.° Найдите разность смешанных дробей:

1) $26\frac{8}{21} - 6\frac{5}{21}$;

2) $23\frac{3}{85} - 23\frac{1}{85}$;

3) $14\frac{9}{14} - 3\frac{9}{14}$;

4) $39\frac{18}{55} - 39\frac{18}{55}$.

10.71.° Вычислите:

1) $5\frac{7}{15} - 3\frac{2}{5}$;

2) $4\frac{8}{9} - 2\frac{5}{18}$;

3) $28\frac{5}{12} - 19\frac{2}{5}$;

4) $49\frac{5}{7} - 23\frac{5}{8}$;

5) $6\frac{7}{15} - 4\frac{4}{9}$;

6) $87\frac{5}{14} - 78\frac{4}{21}$.

10.72. Найдите разность:

1) $11\frac{7}{20} - 6\frac{3}{5};$

2) $43\frac{5}{11} - 42\frac{21}{22};$

3) $88\frac{3}{35} - 59\frac{11}{14};$

4) $100\frac{5}{18} - 99\frac{17}{30}.$

10.73. Найдите число, которое меньше числа $19\frac{7}{30}$ на:

1) $19\frac{1}{6};$

2) $18\frac{2}{5};$

3) $4\frac{11}{60};$

4) $9\frac{51}{90}.$

10.74. Найдите число, которое на $8\frac{11}{40}$ меньше числа:

1) $26\frac{7}{40};$

2) $12\frac{3}{8};$

3) $8\frac{27}{80};$

4) $99\frac{3}{16}.$

10.75. Представьте число $8\frac{9}{11}$ в виде разности:

1) смешанной дроби и натурального числа;

2) смешанной и обыкновенной дробей;

3) двух смешанных дробей;

4) натурального числа и смешанной дроби.

10.76. Найдите значение выражения $2\frac{2}{15} - a$ при:

1) $a = \frac{3}{15};$

2) $a = 1\frac{4}{15};$

3) $a = 2\frac{1}{45};$

4) $a = 1\frac{4}{5}.$

10.77. Найдите значение выражения $b - 7\frac{19}{24}$ при:

1) $b = 8;$

2) $b = 17\frac{7}{24};$

3) $b = 8\frac{9}{48};$

4) $b = 12\frac{1}{14}.$

10.78. Найдите разность:

1) $2\frac{4}{5}$ т – $1\frac{7}{15}$ т;

2) $5\frac{7}{12}$ ч – $3\frac{11}{20}$ ч;

3) $216\frac{8}{25}$ км – $104\frac{3}{10}$ км;

4) $240\frac{4}{5}$ л – $100\frac{1}{20}$ л.

10.79. Найдите значение выражения:

1) $81\frac{11}{30} - \left(32\frac{5}{8} + 4\frac{1}{8}\right)$;

2) $\left(7\frac{8}{9} - 5\frac{5}{6}\right) - 1\frac{7}{18}$;

3) $\left(65\frac{22}{35} - 49\frac{3}{7}\right) - \left(57\frac{3}{5} - 41\frac{9}{10}\right)$;

4) $19\frac{11}{28} - \left(8\frac{3}{4} + 10\frac{1}{7}\right)$.

10.80. Решите уравнение:

1) $5\frac{1}{6} + x = 14\frac{5}{21}$;

2) $y + 3\frac{1}{4} = 4\frac{15}{28}$;

3) $5\frac{23}{40} - p = 2\frac{3}{8}$;

4) $q - 7\frac{5}{18} = 12\frac{9}{10}$.

10.81. Выполните сложение дробей и проверьте правильность вычислений вычитанием:

1) $8\frac{3}{11} + 15\frac{13}{33}$;

2) $6\frac{11}{15} + 1\frac{32}{45}$;

3) $29\frac{7}{24} + 81\frac{19}{30}$;

4) $14\frac{5}{12} + 37\frac{2}{15}$.

10.82. Найдите разность смешанных дробей $135\frac{2}{15}$ и $78\frac{1}{21}$ и проверьте правильность вычислений:

- 1) сложением; 2) вычитанием.

10.83. Как изменится сумма двух чисел, если одно из них увеличить на $15\frac{5}{21}$, а второе уменьшить на $4\frac{6}{35}$?

10.84. Как изменится разность, если уменьшаемое увеличить на $11\frac{3}{4}$, а вычитаемое увеличить на $6\frac{5}{28}$?

10.85. На отрезке PR , длина которого равна $8\frac{3}{5}$ см, отметили точку S так, что длина отрезка PS равна $3\frac{1}{10}$ см. Найдите длину отрезка SR . Выполните чертёж.

10.86. Устанавливая новую линию электропередачи, столбы длиной $8\frac{7}{20}$ м вкопали в землю на $1\frac{3}{4}$ м. Определите высоту столбов над поверхностью земли.

10.87. Найдите периметр треугольника, если одна из его сторон имеет длину $6\frac{7}{10}$ см, а две другие меньше ее на $2\frac{1}{5}$ см и на $1\frac{2}{5}$ см.

10.88. Масса товара в упаковке (брутто) $29\frac{19}{20}$ кг, масса упаковки (тара) $2\frac{7}{20}$ кг. Какова масса товара без упаковки (нетто)?

10.89. Масса товара в упаковке $28\frac{17}{40}$ кг, а без упаковки $25\frac{7}{10}$ кг. Какова масса упаковки?

10.90. На пустом контейнере сохранились надписи:

Брутто — 80 кг

Нетто — $73\frac{5}{8}$ кг

В контейнер загрузили товар массой $82\frac{1}{2}$ кг. Какие новые надписи надо сделать на контейнере?

10.91. Из Мозыря в Калинковичи автомобиль доехал за $20\frac{3}{20}$ мин, а на обратный путь затратил $20\frac{2}{15}$ мин. Какая поездка заняла больше времени и на сколько?

10.92. При движении в стоячей воде моторная лодка может развить скорость до $68\frac{8}{25} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а скорость течения реки равна $2\frac{1}{4} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Какова скорость лодки:

- 1) против течения; 2) по течению?

10.93. Какова собственная скорость катера и скорость движения против течения, если скорость течения реки равна $2\frac{3}{10} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а скорость катера по течению реки:

- 1) $28\frac{7}{20} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 2) $30\frac{2}{5} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

10.6. Умножение и деление смешанных дробей



Чтобы умножить смешанные дроби, нужно представить их в виде неправильных дробей и умножить по правилу умножения обыкновенных дробей.

Аналогичное правило для деления. (Сформулируйте его самостоятельно.)

Пример 1. Найти произведение $7\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{4}$.

Решение.

$$7\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{4} = \frac{22}{3} \cdot \frac{13}{4} = \frac{22 \cdot 13}{3 \cdot 4} = \frac{11 \cdot 13}{3 \cdot 2} = \frac{143}{6} = 23\frac{5}{6}.$$

Ответ: $23\frac{5}{6}$.

Пример 2. Найти частное: а) $8\frac{1}{3} : 1\frac{1}{9}$; б) $15\frac{45}{49} : 5$.

Решение.

$$\text{а) } 8\frac{1}{3} : 1\frac{1}{9} = \frac{25}{3} : \frac{10}{9} = \frac{25 \cdot 9}{3 \cdot 10} = \frac{5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2};$$

$$\begin{aligned} \text{б) } 15\frac{45}{49} : 5 &= \left(15 + \frac{45}{49}\right) : 5 = 15 : 5 + \frac{45}{49} : 5 = \\ &= 3 + \frac{9}{49} = 3\frac{9}{49}. \end{aligned}$$

Ответ: а) $7\frac{1}{2}$; б) $3\frac{9}{49}$.

Вопросы

1. Как умножить смешанные дроби?
2. Как найти частное смешанных дробей?

**Упражнения****10.94.°** Выполните действия:

- 1) $1\frac{7}{8} \cdot 1$; 2) $1\frac{7}{8} \cdot 0$; 3) $1 \cdot 5\frac{4}{11}$; 4) $0 \cdot 3\frac{11}{15}$;
5) $3\frac{4}{5} : 1$; 6) $0 : 7\frac{3}{5}$; 7) $8\frac{2}{3} : 8\frac{2}{3}$; 8) $1 \cdot 4\frac{2}{3}$.

10.95.° Найдите произведение:

- 1) $1\frac{3}{4} \cdot 3\frac{3}{7}$; 2) $5\frac{1}{7} \cdot 4\frac{1}{12}$;
3) $2\frac{1}{10} \cdot 3\frac{1}{3}$; 4) $1\frac{1}{8} \cdot 2\frac{2}{3}$;
5) $10\frac{5}{6} \cdot 1\frac{2}{13}$; 6) $7\frac{1}{3} \cdot 1\frac{5}{16}$.

10.96. Выполните действие:

- 1) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$; 2) $\left(3\frac{2}{3}\right)^2$; 3) $\left(2\frac{1}{3}\right)^2$;
4) $\left(1\frac{1}{5}\right)^3$; 5) $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$; 6) $\left(1\frac{1}{3}\right)^3$.

10.97. Представьте дробь в виде произведения двух равных смешанных дробей:

- 1) $1\frac{9}{16}$; 2) $3\frac{6}{25}$; 3) $2\frac{7}{9}$;
4) $1\frac{21}{100}$; 5) $7\frac{1}{9}$; 6) $3\frac{1}{16}$.

10.98. Представьте дробь в виде произведения трех равных смешанных дробей:

- 1) $3\frac{3}{8}$; 2) $2\frac{10}{27}$; 3) $4\frac{17}{27}$;
 4) $15\frac{5}{8}$; 5) $5\frac{23}{64}$; 6) $37\frac{1}{27}$.

10.99. Найдите значение выражения $a \cdot 3\frac{3}{4}$, если a равно:

- 1) $1\frac{3}{5}$; 2) $1\frac{1}{10}$; 3) $6\frac{2}{5}$;
 4) 4; 5) $\frac{16}{27}$; 6) $\frac{4}{15}$.

10.100. Найдите значение выражения $2\frac{4}{5} \cdot b$, если b равно:

- 1) $1\frac{1}{7}$; 2) $2\frac{1}{2}$; 3) $2\frac{6}{7}$;
 4) 5; 5) $\frac{5}{14}$; 6) $3\frac{1}{3}$.

10.101. Выполните деление дробей:

- 1) $1\frac{7}{8} : 11\frac{1}{4}$; 2) $3\frac{3}{10} : 4\frac{2}{5}$;
 3) $4\frac{2}{3} : 3\frac{1}{9}$; 4) $5\frac{5}{6} : 10\frac{1}{2}$.

10.102. Найдите значение выражения $a : 3\frac{3}{8}$, если a равно:

- 1) $\frac{9}{16}$; 2) $6\frac{3}{4}$; 3) $4\frac{1}{2}$; 4) 9.

10.103. Найдите значение выражения $5\frac{5}{9} : b$, если b равно:

- 1) $\frac{5}{18}$; 2) $2\frac{2}{3}$; 3) $2\frac{8}{21}$; 4) 15.

10.104. Выполните действия:

- 1) $5\frac{2}{7} \cdot 2\frac{3}{16} : 3\frac{3}{4}$; 2) $12\frac{2}{3} : 2\frac{1}{9} \cdot 4\frac{7}{12}$;
 3) $17\frac{1}{4} : 11\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{9}$; 4) $6\frac{6}{11} \cdot 4\frac{1}{8} : 16\frac{1}{5}$.

10.105. Вычислите:

- 1) $9\frac{2}{9} \cdot 8\frac{5}{6} : 9\frac{2}{9}$; 2) $11\frac{2}{3} : 8\frac{1}{3} : 1\frac{13}{15}$;
 3) $21\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{13} : 20\frac{1}{4}$; 4) $\left(7\frac{3}{5} \cdot 4\frac{4}{9}\right) \cdot \left(\frac{9}{38} \cdot \frac{5}{8}\right)$.

10.106. Проверьте переместительный и сочетательный законы умножения для смешанных дробей $2\frac{2}{3}$, $2\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{3}$.

10.107. Найдите значение выражения $\left(1\frac{5}{7} \cdot a\right) \cdot 2\frac{3}{4}$ при:

- 1) $a = \frac{4}{11}$; 2) $a = \frac{7}{12}$; 3) $a = \frac{7}{11}$; 4) $a = 2\frac{1}{24}$.

10.108. Найдите значение выражения $4\frac{2}{3} \cdot \left(b \cdot 2\frac{1}{5}\right)$ при:

- 1) $b = \frac{3}{14}$; 2) $b = \frac{5}{11}$;
 3) $b = \frac{5}{14}$; 4) $b = \frac{3}{11}$.

10.109. Найдите произведение:

1) $4\frac{2}{5} \cdot 5;$

2) $7\frac{3}{8} \cdot 8;$

3) $5\frac{4}{7} \cdot 21;$

4) $10\frac{4}{9} \cdot 18.$

10.110. Найдите произведение:

1) $2 \cdot 5\frac{4}{7};$

2) $16 \cdot 4\frac{7}{8};$

3) $9 \cdot 2\frac{1}{3};$

4) $3 \cdot 11\frac{5}{6}.$

10.111. Найдите частное:

1) $35\frac{15}{22} : 5;$

2) $45\frac{30}{31} : 15;$

3) $14\frac{7}{8} : 7;$

4) $24\frac{16}{25} : 8.$

10.112. Найдите частное:

1) $18\frac{1}{6} : 3;$

2) $25\frac{7}{10} : 5;$

3) $14\frac{1}{3} : 7;$

4) $20\frac{5}{6} : 4.$

10.113. Найдите значение выражения $48\frac{36}{49} : a$ при:

1) $a = 12;$ 2) $a = 6;$ 3) $a = 4;$ 4) $a = 3.$

10.114. Найдите значение выражения $m : 5$ при:

1) $m = 10\frac{15}{16};$

2) $m = 5\frac{10}{11};$

3) $m = 55\frac{25}{28};$

4) $m = 3\frac{1}{3}.$

10.115. Решите уравнение:

1) $7\frac{1}{5} : x = 3;$

2) $y : 2\frac{4}{7} = 1\frac{1}{4};$

3) $9\frac{4}{5} : z = 1\frac{2}{5};$

4) $5\frac{5}{12} \cdot m = 13\frac{3}{4};$

5) $k \cdot 3\frac{2}{5} = 10\frac{1}{5};$

6) $t : 2\frac{2}{5} = 1\frac{3}{8}.$

10.116. Являются ли взаимно обратными дроби:

1) $8\frac{2}{5}$ и $\frac{5}{42};$

2) $4\frac{6}{7}$ и $\frac{7}{34};$

3) $9\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{17};$

4) $5\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{17};$

5) $7\frac{4}{11}$ и $\frac{11}{81};$

6) $6\frac{7}{8}$ и $\frac{7}{55}?$

10.117. Какую часть от числа $4\frac{2}{7}$ составляет число:

1) $1\frac{1}{14};$

2) $\frac{5}{21};$

3) $2\frac{4}{7};$

4) $3\frac{3}{14};$

5) $2\frac{19}{28};$

6) $3\frac{3}{49}?$

10.118. Найдите:

1) $\frac{3}{5}$ произведения $2\frac{1}{3} \cdot 5;$

2) $\frac{7}{8}$ произведения $1\frac{3}{7} \cdot 8;$

3) $\frac{4}{9}$ частного $1\frac{5}{8} : \frac{13}{18};$

4) $\frac{3}{10}$ частного $2\frac{5}{11} : \frac{9}{20}.$

10.119. Сравните частные:

$$1) 3\frac{3}{5} : \frac{1}{8} \text{ и } \left(3\frac{3}{5} \cdot 1\frac{2}{21}\right) : \left(1\frac{2}{21} \cdot \frac{1}{8}\right);$$

$$2) 5\frac{3}{7} : 2\frac{3}{8} \text{ и } \left(4\frac{5}{18} \cdot 5\frac{3}{7}\right) : \left(2\frac{3}{8} \cdot 4\frac{5}{18}\right).$$

10.120. Вычислите:

$$1) \left(4\frac{2}{3} \cdot \frac{101}{100}\right) : \left(\frac{2}{9} \cdot 1\frac{1}{100}\right) - 15;$$

$$2) \left(2\frac{11}{12} \cdot 1\frac{1}{16}\right) : \left(5\frac{5}{6} \cdot \frac{17}{16}\right) + 1\frac{1}{2}.$$

10.121. Сравните числа a и b , если:

$$1) \frac{3}{8} \text{ числа } a \text{ равны } 2, \text{ а } \frac{5}{9} \text{ числа } b \text{ равны } 3;$$

$$2) 1\frac{2}{3} \text{ числа } a \text{ равны } 5, \text{ а число } b \text{ равно } \frac{4}{5} \text{ от } 2\frac{1}{2}.$$

10.122. Определите объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями $3\frac{1}{5}$ см, $6\frac{1}{4}$ см, $7\frac{1}{2}$ см.

10.123. 1) Длина прямоугольного параллелепипеда равна $11\frac{1}{4}$ см, ширина составляет $\frac{2}{5}$ его длины, а его объем равен 162 см^3 . Найдите высоту этого параллелепипеда.

2) Ширина прямоугольного параллелепипеда равна $1\frac{1}{2}$ дм и составляет $\frac{2}{3}$ его длины и $\frac{3}{5}$ его высоты.

Найдите объем этого прямоугольного параллелепипеда.

10.124. Отправившись в трехдневный маршрут, туристы в первый день преодолели $\frac{9}{16}$ его длины: $2\frac{1}{3}$ ч они шли со скоростью $4\frac{1}{2} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а $\frac{2}{5}$ ч ехали на автобусе со скоростью $44\frac{1}{4} \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Какова длина маршрута?

10.7. Среднее арифметическое

Пример 1. Токари Иванов, Сидоров и Петров выточили за смену 352, 362 и 375 деталей соответственно. Сколько деталей в среднем изготавливает за смену один токарь?

Решение. Вместе токари изготовили

$$352 + 362 + 375 = 1089 \text{ (дет.)}.$$

Если бы все токари вытачивали за смену одинаковое число деталей, то каждый из них должен был бы выточить

$$1089 : 3 = 363 \text{ (дет.)}.$$

Ответ: 363 детали.

Число 363 называется *средним арифметическим* чисел 352, 362 и 375.



Средним арифметическим нескольких чисел называется частное от деления суммы этих чисел на количество слагаемых.

Пример 2. Катя купила в остатках четыре куса тесьмы длиной $85\frac{2}{5}$ см, $91\frac{1}{2}$ см, $87\frac{7}{10}$ см и $89\frac{2}{5}$ см. Какова в среднем длина одного куска тесьмы?

Решение. В среднем длина одного куса тесьмы равна

$$\left(85\frac{2}{5} + 91\frac{1}{2} + 87\frac{7}{10} + 89\frac{2}{5}\right) : 4 = 354 : 4 = 88\frac{1}{2} \text{ (см).}$$

Ответ: $88\frac{1}{2}$ см.

Вопрос

Что называется средним арифметическим нескольких чисел?



Упражнения

10.125.° Найдите среднее арифметическое чисел:

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1) 6 и 8; | 2) 24 и 12; |
| 3) 1, 5 и 18; | 4) 2, 13 и 37; |
| 5) 15, 25, 48 и 94; | 6) 19, 28, 34 и 99. |

10.126.° Составьте выражение для нахождения среднего арифметического чисел:

- | | |
|-------------------|-------------------------|
| 1) a, b ; | 2) a, b, c ; |
| 3) m, n, p, q ; | 4) a, b, m, n, p, q . |

10.127.° Найдите среднее арифметическое чисел:

- | | |
|--|---|
| 1) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$; | 2) $\frac{1}{5}$ и $\frac{3}{10}$; |
| 3) $\frac{1}{3}, \frac{2}{9}$ и $\frac{5}{18}$; | 4) $\frac{1}{7}, \frac{1}{14}$ и $\frac{4}{21}$. |

10.128. Может ли (ответ объясните и подтвердите примерами) среднее арифметическое нескольких чисел быть:

- 1) больше каждого из чисел;
- 2) меньше каждого из чисел;
- 3) равным одному из чисел;
- 4) равным сумме двух из этих чисел?

10.129.° Ребята собирали орехи, договорившись поделить собранные орехи поровну. Саша собрал 53 ореха, Лёня — 61 орех, Женя — 55 орехов, Андрей — 51 орех. Сколько орехов досталось каждому?

10.130. Определяя размеры кабинета математики, ученики записали результаты своих измерений в таблицу:

	Наташа	Юля	Лена	Нина
Длина	8 м 70 см	8 м 67 см	8 м 71 см	8 м 72 см
Ширина	6 м 59 см	6 м 61 см	6 м 63 см	6 м 57 см
Высота	3 м 19 см	3 м 18 см	3 м 21 см	3 м 22 см

Поскольку результаты измерений у всех оказались разными, девочки решили вычислить среднее арифметическое длины, ширины и высоты кабинета. Какие размеры кабинета получили девочки?

10.131. Моторная лодка движется по течению реки со скоростью $14 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а против течения — $11 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Определите собственную скорость лодки и скорость течения реки.

10.132. Для проверки на всхожесть семян пшеницы сделали 5 посевов по 100 семян. В первом посеве не взошло 7 зерен, во втором — 8, в третьем и четвертом — по 9, в пятом — 12 зерен. Определите среднее количество проросших семян на один посев.

10.133. В первый день летних каникул группа школьников совершила прогулку на речном катере. За 2 ч катер проплыл 24 км по течению реки. Определите собственную скорость катера, если на возвращение в исходный пункт ему потребовалось 3 ч.

10.134.* Маша, Витя и Лена задумали каждый свое число. Маша задумала число, которое в 3 раза больше числа, задуманного Леной, а задуманное Витей число 46 оказалось средним арифметическим чисел Маши и Лены. Какие числа задумали девочки?

10.135.* Среднее арифметическое шести чисел равно 273, а среднее арифметическое четырех других чисел равно 53. Найдите среднее арифметическое всех десяти чисел.

10.136.* Средняя масса Никиты, Коли и Стаса равна 32 кг, а средняя масса Коли и Стаса — 30 кг. Определите массу Никиты.

10.137.* Может ли среднее арифметическое семи натуральных чисел быть равным $77\frac{2}{5}$?

10.138.* Средний возраст 22 учеников пятого класса 11 лет, а средний возраст учеников и их учителя пения равен 12 годам. Сколько лет учителю?

10.8. Столбчатые и линейные диаграммы

Таблица содержит сведения о средней продолжительности жизни некоторых животных.

Животное	Средняя продолжительность жизни (число лет)
Мышь	4
Кошка	13
Собака	16
Лев	28

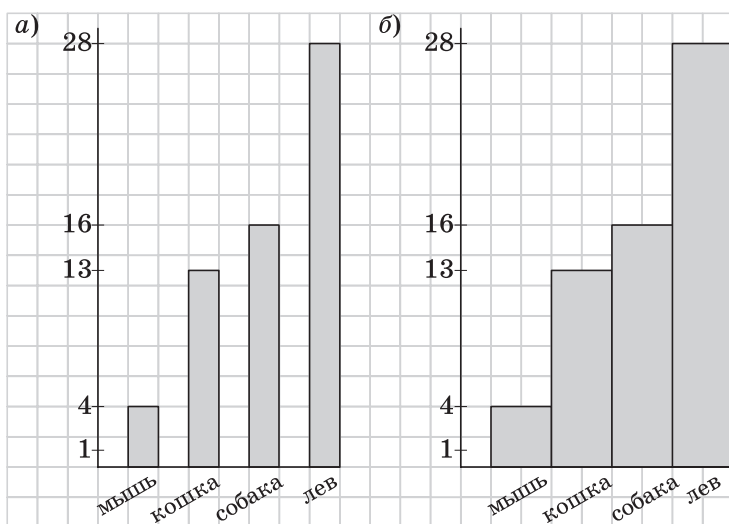


Рис. 73

Наглядно эти данные можно изобразить в виде столбиков, высота которых будет показывать продолжительность жизни животных (рис. 73, а).

Такие рисунки называются **столбчатыми диаграммами**.

Чтобы построить диаграмму, начертили горизонтальную и вертикальную прямые. На горизонтальной прямой указали виды животных, на вертикальной прямой выбрали единицу измерения (половина клетки — один год) и отметили годы. Построили столбики: высота первого столбика, равная 4, показывает продолжительность жизни мыши, второго столбика — продолжительность жизни кошки и т. д.

При изображении столбчатой диаграммы требуется, чтобы столбики были одинаковой ширины и чтобы расстояния между столбиками тоже были одинаковыми.

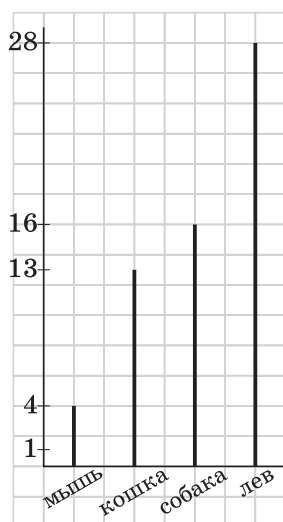


Рис. 74

Столбики на диаграмме можно располагать рядом (рис. 73, б).

Можно вообще вместо столбиков изображать на диаграмме отрезки определенной высоты (рис. 74). Такие диаграммы называются *линейными диаграммами*.

Вопросы

- Какие требования предъявляются при построении столбчатой диаграммы:
 - к ширине столбиков;
 - к расстоянию между столбиками?
- Чем отличается линейная диаграмма от столбчатой?



Упражнения

10.139. Пользуясь столбчатой диаграммой (рис. 75), найдите, сколько мальчиков и сколько девочек учатся в 5 «А» и 5 «Б» классах.

10.8. Столбчатые и линейные диаграммы

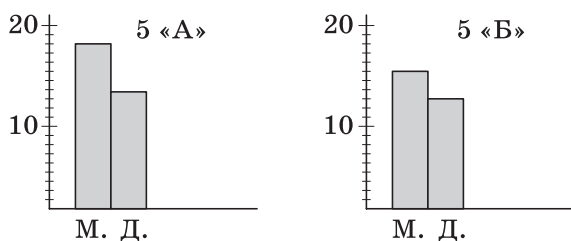


Рис. 75

10.140. На столбчатой диаграмме, изображенной на рисунке 76, показано, каким способом пятиклассники одной из школ г. Минска обычно добираются до школы.

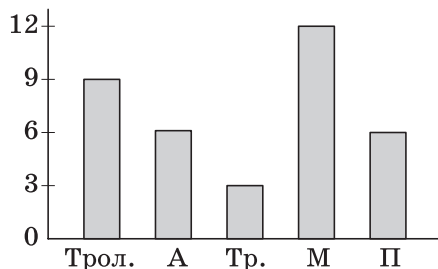


Рис. 76

- 1) Запишите данные диаграммы в таблицу, перечертив ее в тетрадь.

Способ передвижения	Число учащихся
троллейбусом	
автобусом	
трамваем	
метро	
пешком	

- 2) Сколько всего пятиклассников?
 3) Какой самый распространенный способ передвижения по пути в школу?

- 4) Проведите подобный опрос в своем классе.
- 5) Представьте полученную информацию в виде:
 - а) таблицы;
 - б) столбчатой диаграммы;
 - в) линейной диаграммы.

10.141. На рисунке 77 в виде линейной диаграммы показаны данные о числе детей в семьях учащихся 5 «А» класса одной из школ г. Бреста.

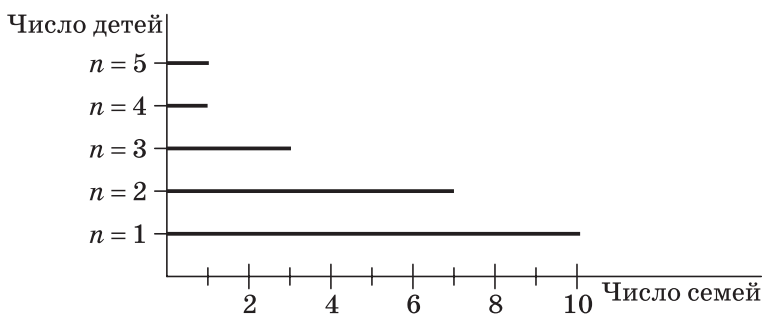


Рис. 77

- 1) Сколько семей имеют одного ребенка?
- 2) Какое число детей встречается наиболее часто?
- 3) Сколько семей имеют четверых детей?
- 4) Сколько семей было обследовано?
- 5) Запишите эту информацию в таблицу, перечертив ее в тетрадь.

n — число детей в семье	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
Число семей, имеющих n детей					

- 6) Выполните задания 4) и 5) из 10.140.

10.142. На рисунке 78 в виде диаграммы с горизонтальными полосками изображены данные опроса о любимом цвете в одном из пятых классов г. Гродно.

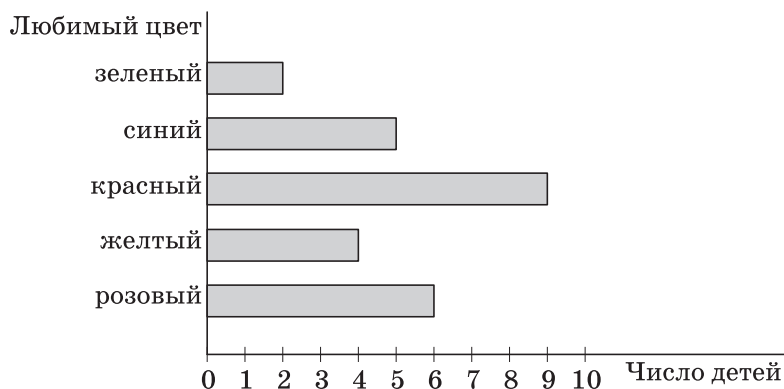


Рис. 78

- 1) Какой цвет оказался наиболее популярным?
- 2) Сколько всего детей опрошено?
- 3) Сколько детей назвали синий цвет?
- 4) Выполните задания 4) и 5) из 10.140.

10.143. Проведите в своем классе опрос: а) о любимом времени года; б) о датах рождения одноклассников по временам года и выполните задание 5) из 10.140.

10.144. Соберите у 30 человек информацию: а) о размерах их обуви; б) о размерах их головных уборов и выполните задание 5) из 10.140.

10.145. В поселке 12 домов двухэтажных, 15 — трехэтажных, 9 — пятиэтажных, а остальные 42 — одноэтажные. Постройте столбчатую и линейную диаграммы (один дом — 1 мм), соответствующие этой информации.



Упражнения на все действия со смешанными дробями

Выполните действия (10.146—10.150).

10.146.

$$1) \left(3\frac{7}{24} - 2\frac{1}{16} + 2\frac{5}{6} \right) : 1\frac{7}{8};$$

$$2) \left(\frac{3}{5} - \frac{4}{9} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) \cdot \left(\frac{27}{29} - \frac{9}{58} \right).$$

10.147.

$$1) \left(4\frac{5}{7} + 1\frac{2}{5} \right) : 15\frac{2}{7} : 1\frac{1}{15};$$

$$2) \left(13\frac{1}{18} : 3\frac{7}{76} - 1\frac{7}{12} \cdot 2\frac{8}{19} \right) \cdot 2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{8}.$$

10.148.

$$1) \left(3\frac{5}{6} \cdot 7\frac{2}{3} : 12\frac{1}{4} \cdot 5\frac{1}{2} \right) : \left(75\frac{4}{7} \cdot 3\frac{2}{3} : 8\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{100} \right);$$

$$2) \left(5\frac{7}{12} - 3\frac{5}{18} \right) \cdot 6\frac{7}{15} : \left(\left(4\frac{2}{9} + 1\frac{1}{6} \right) : 16\frac{3}{5} \right).$$

10.149.

$$1) \left(1\frac{29}{50} : \left(48\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{8} - 2\frac{2}{15} \right) + \frac{1}{20} \cdot \frac{19}{20} \cdot 2 \right) :$$

$$: \left(20\frac{1}{20} - 5\frac{14}{25} \cdot 3\frac{1}{4} \right);$$

$$2) \left(1\frac{36}{59} + 5\frac{77}{89} + 6\frac{23}{59} - 3\frac{77}{89} \right) \cdot 2\frac{8}{15} - 5\frac{1}{3}.$$

10.150.

$$\begin{aligned}
 1) & \left(\left(13\frac{7}{9} \cdot 3 + 18\frac{2}{3} : 6 \right) : 2\frac{2}{7} - 4\frac{5}{6} \cdot 2\frac{2}{9} \right) : \\
 & : \left(6\frac{1}{2} \cdot \frac{13}{27} - 1\frac{11}{18} \cdot 1\frac{2}{9} \right); \\
 2) & \left(5\frac{3}{19} \cdot 5\frac{11}{26} + 4\frac{5}{19} \cdot 5\frac{11}{26} \cdot 16\frac{11}{19} \right) : \left(7\frac{3}{115} - 1\frac{211}{230} \right) + 2\frac{2}{5}.
 \end{aligned}$$



Задачи на повторение

Выполните действия (10.151—10.153).

10.151. Вычислите:

$$\begin{aligned}
 1) & \frac{7}{8} - \left(\frac{1}{2} \right)^2 - \frac{1}{2}; & 2) & \frac{8}{15} + \frac{1}{5} + \left(\frac{2}{3} \right)^2; \\
 3) & \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6} \right) : \frac{1}{18}; & 4) & \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} + \frac{11}{15}.
 \end{aligned}$$

10.152. Упростите выражение:

$$1) \frac{1}{5} \cdot a + \frac{3}{5} \cdot a + \frac{2}{7} - \frac{2}{5} \cdot a; \quad 2) \frac{1}{36} + \frac{7}{9} \cdot m - \frac{2}{18} \cdot m + \frac{3}{16}.$$

10.153. Решите уравнение:

$$\begin{aligned}
 1) & x + \frac{3}{8} = \frac{1}{2}; & 2) & x - \frac{1}{4} = \frac{3}{7}; \\
 3) & \frac{1}{7} \cdot x \cdot \frac{1}{3} = 2; & 4) & \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x = \frac{5}{6}; \\
 5) & \left(\frac{1}{3} \right)^2 + x = \left(\frac{1}{2} \right)^2 \cdot 2; & 6) & \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \left(x - \frac{3}{10} \right) = \frac{3}{8}.
 \end{aligned}$$

10.154. Какова площадь поля, если после вспашки $23\frac{3}{8}$ га осталось вспахать на $53\frac{5}{12}$ га больше, чем уже вспахано?

10.155. Одна труба наполняет бак с водой за 4 ч, а другая — за 5 ч. За какое время наполнится бак, если открыть обе трубы одновременно?

10.156. Какую дробь задумал Вова, если, умножив ее на $\frac{16}{45}$, а результат на $\frac{3}{8}$, он получил $\frac{1}{6}$?

10.157. Сколько километров дороги покрыли асфальтом за два дня, если в первый день заасфальтировали $\frac{2}{15}$ км, а во второй — на $\frac{1}{30}$ км больше?

10.158. Кузнечик делает 15 прыжков по $\frac{7}{10}$ дм за 1 мин, а лягушка за 1 мин делает 18 прыжков по $\frac{7}{4}$ дм. У кого скорость больше и во сколько раз?

10.159. Для приготовления фруктового напитка берут 4 части апельсинового сиропа и 7 частей воды. Сколько надо взять воды, чтобы получить 4290 г напитка?

10.160. От двух пристаней, расстояние между которыми 640 км, одновременно вышли навстречу друг другу два теплохода. Скорость течения реки $2\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Теплоход, идущий по течению реки, прошел 198 км за 9 ч. Сколько километров прошел каждый теплоход до встречи, если их собственные скорости одинаковые?

10.161. Игорь выехал на велосипеде в направлении озера со скоростью $12 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. Через 10 мин из того же поселка вслед за ним выехал на велосипеде его друг Витя со скоростью $14 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. На каком расстоянии от поселка находится озеро, если оба мальчика приехали к нему одновременно?

10.162. 1) Из A в B по реке плот проплывет за 40 ч, а катер из B в A — за 4 ч. За какое время катер преодолеет расстояние от A до B ?

2) Из A в B по реке плот проплывет за 40 ч, а катер — за 4 ч. За какое время катер вернется в A ?

10.163.* Моторная лодка проплывает некоторое расстояние по озеру за 6 ч и такое же расстояние по течению реки — за 5 ч. Какое время потребуется, чтобы проплыть такое расстояние по реке на плоту?

10.164. Один цех может выполнить задание за 10 дней. За сколько дней может выполнить это задание второй цех, если оба цеха, работая одновременно, затратили на выполнение задания 6 дней?

10.165.* Сейчас Тамаре 11 лет, а маме — 35 лет. Через сколько лет Тамара будет вдвое младше своей мамы?

10.166. Протяженность биатлонной трассы равна $7\frac{1}{2}$ км.

При ее прохождении спортсменка провела на стрелковых рубежах $1\frac{1}{6}$ мин, на лыжне — $15\frac{1}{3}$ мин. Определите среднюю скорость прохождения трассы.

10.167. Курсант автошколы на первом занятии по вождению автомобиля проехал $14\frac{2}{5}$ км за 36 мин, на втором — $43\frac{3}{4}$ км за 1 ч 10 мин. Как изменилась средняя скорость вождения автомобиля курсантом на втором занятии по сравнению с первым?

10.168.* Найдите две дроби, сумма которых равна $5\frac{3}{4}$ и в 2 раза больше разности этих дробей.

10.169.* Разность двух дробей равна $1\frac{2}{7}$ и в 5 раз меньше их суммы. Найдите эти дроби.

10.170.* Токарь Андреев может выполнить задание за 1 ч, Борисов — это же задание за $1\frac{1}{2}$ ч, Володин — за 2 ч, а Генкин — за 3 ч. За какое время они могли бы выполнить это задание, работая вместе?

10.171.* Дима может вскопать грядку за $1\frac{1}{2}$ ч, Толя — $1\frac{1}{2}$ такой же грядки за 2 ч, а Петя — $1\frac{2}{3}$ такой же грядки за 2 ч. За какое время они могли бы вскопать одну грядку, работая вместе?

10.172.* Расстояние между пунктами A и B по шоссе равно 25 км. Из пункта A в пункт B по шоссе вышел пешеход в 9 ч утра со скоростью $5\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, а из пункта B в это же время по этому шоссе выехал велосипедист со скоростью $15\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. В котором часу расстояние меж-

ду ними будет равно 50 км? (Рассмотрите два возможных варианта.)

10.173.* На одной чашке весов, которые находятся в равновесии, стоит пакет муки, а на другой — $\frac{6}{10}$ такого же пакета и еще несколько гирь общей массой $\frac{6}{10}$ кг. Чему равна масса пакета муки?

10.174.* Какую часть составляет разность чисел $3\frac{2}{5}$ и $2\frac{3}{5}$ от суммы этих чисел?

10.175.* Если к неизвестному числу прибавить $\frac{4}{11}$ этого числа и еще 7, то получится 33. Найдите это число.

10.176.* Сначала съели на 2 яблока меньше, чем третья часть всех яблок, затем половину оставшихся яблок. И, наконец, 9 оставшихся яблок. Сколько яблок было первоначально?

10.177.* Масса изделия $\frac{4}{5}$ кг и еще $\frac{4}{5}$ своей массы. Какова масса изделия?

10.178.* Степа отпил $\frac{1}{6}$ часть стакана яблочного сока и долил его вишневым соком. Затем он отпил $\frac{1}{3}$ стакана и снова долил его вишневым соком. Потом отпил полстакана и опять долил вишневым соком. Затем Степа выпил полный стакан. Какого сока больше выпито: яблочного или вишневого?

Ответы

ГЛАВА 5

5.1. 1) 29, 31, 47, 67, 79, 83, 997; 2) 28, 44, 85, 540, 798, 2964, 9950, 30 034. 5.7. 129. 5.8. 135. 5.9. 210. 5.11. 1) 3, 29; 3) 11, 19. 5.12. Простых чисел — 25, составных — 74, осталось незачеркнутым одно число — 1. 5.13. 1) а) Да; б) да; в) да; г) да. 5.14. 2) 36 м; 4) 60 дм. 5.15. 28, 20, 12, 8. 5.16. 4, 9, 25, 49. 5.17. 1) 2^2 ; 3) $2 \cdot 7$; 5) $5 \cdot 7$. 5.18. 2) $2 \cdot 3^3$; 4) $2^3 \cdot 3^3$; 6) $2^3 \cdot 647$; 8) $2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 23$. 5.19. 1) $2^2 \cdot 5^2$; 3) $2^5 \cdot 5^5$. 5.20. 2) 1232; 4) 5733. 5.21. 1) Нет; 3) да. 5.22. 2) $3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$; 4) $2^8 \cdot 3 \cdot 5^6$. 5.23. 1) 4, 6, 9. 5.24. 2) 27. 5.25. 2^2 , 3^2 , 2^4 , 5^2 , $2^2 \cdot 3^2$, 7^2 , 2^6 , 3^4 . 5.26. 2^3 , 3^3 , 2^6 , 5^3 , $2^3 \cdot 3^3$, 7^3 , 2^9 , 3^6 . 5.27. 1) $2^6 \cdot 3^2$; 3) $2^4 \cdot 3^8$. 5.28. 2) 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105; 4) 1, 2, 5, 11, 13, 10, 22, 26, 55, 65, 143, 110, 130, 286, 715, 1430. 5.29. 1) 1, 5, 7, 11, 35, 55, 77, 385; 3) 1, 2, 3, 5, 7, 6, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210. 5.30. 2) 16, 32, 64. 5.31. 1) 4; 3) 16. 5.32. 2) Да; 4) да. 5.33. 1) Да; 3) нет. 5.34. 2) $3672 : 216 = (2^3 \cdot 3^3 \cdot 17) : (2^3 \cdot 3^3) = 17$. 5.35. 1) $75 \cdot 16 = 3 \cdot 5^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 3 \cdot 2^2 \cdot (2^2 \cdot 5^2) = 3 \cdot 4 \cdot 100 = 1200$; 3) $144 \cdot 125 = (2^3 \cdot 5^3) \cdot 2 \cdot 3^2 = 18\,000$. 5.36. 2) 9900; 4) 63 000 000. 5.37. 1) 18, 19; 3) 23, 24; 5) 31, 32. 5.42. 2) Повысилось на 8 «шутков»; 4) повысилось на 12 «шутков». 5.43. 1) 15 мин; 3) 2 мин 30 с. 5.44. 2) 1 ч; 4) 12 мин. 5.45. 1) $80 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 3) $320 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. 5.57. 6) $\angle MON$ и $\angle KON$, $\angle MOP$ и $\angle KOP$. 5.58. $\angle BON = 70^\circ$, $\angle AON = \angle BOM = 110^\circ$. 5.59. 1) 145° ; 3) 37° ; 5) 90° . 5.60. 2) Острый. 5.61. 1) 180° ; 3) 3; 5) 2. 5.62. 65° и 115° . 5.63. 72° и 108° . 5.64. 15° и 75° . 5.65. 10° и 80° . 5.66. 54° , 18° , 108° . 5.69. 1) 1; 3) 1, 3, 5, 15. 5.70. 2) 1, 5, 25; 4) 1, 3, 9. 5.71. 1) 1, 5; 3) 1. 5.72. 2) Да; 4) да; 6) да. 5.73. 12 и 25, 12 и 35, 12 и 49, 15 и 49, 25 и 49. 5.76. $50 = 2 \cdot 25$. 5.78. Не обязательно. 5.79. 1) 1, 2, 5, 10; 3) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. 5.80. Верно. 5.82. 555, 1110, 1665; 1, 3, 5, 15, 37, 111, 185, 555. 5.85. 22, 44, 66, 88; 1, 2, 11, 22. 5.86. 6, 7, 8, 9. 5.87. Нет. 5.88. 17. 5.89. 1) 90; 3) 390. 5.91. 1) 12; 3) 25. 5.92. 2) 1; 4) 1;

- 6) 20. 5.93. 1) 35; 3) 5. 5.94. 2) 36; 4) 1; 6) 108. 5.95. 1) 30; 3) 1. 5.98. 4. 5.99. 9. 5.100. 6. 5.101. 1, 2, 3, 4, 6, 12. 5.102. 25. 5.103. 100. 5.105. 1) b ; 2) b ; 3) 1. 5.106. 1) Нет; 2) да; 3) нет; 4) да; 5) да. 5.107. 151. 5.108. 17. 5.109. 25 подарков. В каждом подарке 2 апельсина, 7 орехов, 50 конфет, 3 шоколадки. 5.110. 18. 5.111. 126. 5.114. 1) 60, 120, 180; 2) 60; 3) 60, 120, 180; 4) 60. 5.115. 1) 420; 3) 3300. 5.116. 2) 45; 4) 60; 6) 100. 5.117. 1) 156; 3) 288; 5) 306. 5.118. 2) 48; 4) 480. 5.119. 1) 1 и 2; 3) 5 и 7; 5) 9 и 11. 5.120. 2) 1, 4 и 5; 4) 1, 7 и 8; 6) 1, 4 и 25. 5.121. 240. 5.122. 72. 5.123. 9900. 5.124. 84. 5.125. 1) a ; 2) b ; 3) ab . 5.126. 1) Нет; 2) да; 3) да; 4) нет. 5.127. 120. 5.128. 150. 5.129. Четвертому числу. 5.130. а) 28; б) m . 5.131. а) m ; б) 28. 5.132. Например, 2, 3, 6. 5.133. 2, 4, 8 или 2, 3, 6. 5.134. 2) 40 и 80; 4) 24 и 1680. 5.135. 20 ч. 5.136. Окажутся на линии старта через 20 мин, пробежав соответственно 16, 15, 12, 10 кругов. 5.137. Нет. 5.138. $MR \perp MQ$; M . 5.139. 1) Нет; 3) да. 5.140. $b \perp d$, $b \perp h$. 5.141. 1) S ; 2) $\angle ASG$; $\angle ASH$; $\angle BSG$; $\angle BSH$. 5.142. $f \perp g$; $f \perp t$; $l \perp t$; $g \perp l$. 5.144. 1) FN и GR ; 2) FA и GK , FA и GM , FA и RM , NA и GK , NA и GM , NA и RM , FC и GK , FC и GM , FC и RM , NC и GK , NC и GM , NC и RM ; 3) GR ; 4) GK , GM , RM , RK . 5.146. 2) AD , BC , GM , FN ; 4) AB , CD , MN , FG . 5.147. 1) KM , PT ; 3) MP . 5.148. 2) AD , DA , AK , KA , KD , DK , FM , MF , FT , TF , MT , TM , BC , CB , PB , BP , CP , PC . 5.153. 1) 45° , 45° , 90° ; 3) 45° , 45° , 90° . 5.154. 2) 5. 5.155. 10. 5.156. 2) а) 4 м; б) 28 дм. 5.157. 1) а) 36 дм^2 ; б) 407 см^2 . 5.158. 2) а) 31 м; б) 9 м 2 см. 5.159. 1) а) 7225 см^2 ; б) 1681 дм^2 ; в) 1521 мм^2 . 5.160. 2) а) 3 м; б) 7 см; в) 9 дм. 5.161. 1) а) 140 см^3 ; б) 24 м^3 . 5.162. 2) 630 км; 4) 504 м. 5.163. 1) $42 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$; 3) $11 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$. 5.164. 2) 9 ч; 4) 18 мин. 5.165. $R = 2m + n$. 1) 14; 3) 7. 5.166. 2) 5; 4) 15. 5.167. $K = 100 \frac{\text{кг}}{\text{га}}$, $P = 100 \cdot S$. 1) 600 кг; 2) 400 кг; 3) 7 кг; 4) 10 кг. 5.168. $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$. 2) $48 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. 5.169. $B = N + T$. 5.170. 3 ч. 5.171. 411 км. 5.172. 162 км, 234 км. 5.173. 1) 30 км; 2) 6 ч. 5.174. 1) 350 км; 2) 6 ч. 5.175. 1) 4 ч; 2) 5 ч. 5.176. 2 ч.

5.177. $68 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, $52 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$. 5.178. 770 км. 5.179. 1) 199 967; 3) 867 202. 5.180. 2) 121; 4) 274. 5.181. 1) $(14 \cdot 2 - 7) : 7 = 3$. 5.182. 2) 33; 4) 66. 5.183. 1) $8a$; 3) $5c + 9k + 4t$. 5.184. 2) 101; 4) 808. 5.185. 30 км. 5.186. 6 ч. 5.187. Первое в 3 раза. 5.188. 2184 кг. 5.189. 26 м 60 см. 5.190. 8 т 700 кг. 5.191. 300 км и 50 км. 5.192. У Буратино было 5 груш, а у Мальвины — 16. 5.193. Площадь равна 564 м^2 , а периметр равен 122 м. 5.194. 832 см^3 . 5.195. Нет. 5.196. Нет (исходное число будет делителем нового). 5.197. 31.

ГЛАВА 6

6.1. 1) Одну стовосьмидесятую; 3) одну сотую. 6.2. б) Три четвертых; г) одна третья; е) тридцать две восьмьдесят первых. 6.4. 2) $\frac{5}{11}$; 4) $\frac{12}{100}$. 6.6. 2) $\frac{1}{7}$. 6.7. 1) $\frac{2}{7}$ м; 3) $\frac{2}{7}$ м; 5) $\frac{4}{7}$ м. 6.10. 2) 25 см. 6.11. 1) $\frac{1}{9} \text{ м}^2$. 6.12. 2) 10 мин; 4) 5 мин; 6) 48 мин; 8) 22 мин. 6.14. 2) $\frac{30}{365}$. 6.15. Засеяли $\frac{25}{36}$ поля, не засеяли $\frac{11}{36}$ поля. 6.16. 2) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{4}{7}$; 6) $\frac{100}{111}$. 6.17. 1) $1 : 8$; 3) $2 : 17$; 5) $34 : 11$. 6.18. 2) $56 : 8 = 7$; 4) $875 : 125 = 7$; 6) $1300 : 26 = 50$. 6.19. 1) $\frac{82}{3}$; 3) $\frac{39}{12}$; 5) $\frac{46}{98}$. 6.20. Например, 2) $\frac{21}{1}$; 4) $\frac{182}{2}$; 6) $\frac{450}{3}$. 6.23. $\frac{35}{4}$ см. 6.24. $\frac{34 \text{ км}}{3 \text{ ч}}$. 6.25. $\frac{7}{2}$ ч. 6.26. $\frac{5}{2}$ м. 6.27. $\frac{2}{9}$ кг. 6.28. $\frac{1}{6}$ кг. 6.29. $\frac{10}{3}$ м. 6.30. $\frac{15}{4}$ см. 6.33. 1) $\frac{1}{48}$; 3) $\frac{7}{48}$; 5) $\frac{24}{48}$. 6.34. 2) $\frac{10}{45}$; 4) $\frac{20}{45}$. 6.35. 1) $\frac{1}{1000}$; 3) $\frac{1}{100\ 000}$. 6.36. 2) $\frac{1}{60}$; 4) $\frac{1}{100}$. 6.37. 1) $\frac{1}{100}$; 3) $\frac{1}{1\ 000\ 000}$. 6.38. 2) $\frac{1}{10\ 000}$. 6.39. 1) $\frac{1}{10}$;

2) $\frac{1}{1000}$; 3) $\frac{1}{1\,000\,000}$. 6.40. $\frac{96}{192}$. 6.41. Прочитала $\frac{20}{60}$ книги, осталось прочитать $\frac{40}{60}$ книги. 6.42. 2) $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{2}{8}$. 6.43. $\frac{10}{99}$. 6.44. 2) $\frac{16}{25}$. 6.45. 5 см. 6.46. 2) 25; 4) 20 020; 6) 10 010 010. 6.47. 1) 5; 3) 48; 5) 45. 6.48. 2) 10. 6.49. 1) 100; 3) 1. 6.50. 2) 10. 6.51. 1) 30; 3) 25. 6.52. 2) 20; 4) 14. 6.53. 1) 100 км; 3) 12 м; 5) 54 см. 6.54. 2) Больше; 4) больше. 6.55. 1) Меньше; 3) меньше. 6.56. 18 мин. 6.57. 25 м. 6.58. 24 км. 6.59. 66. 6.60. 3. 6.61. 32 и 6. 6.62. 17. 6.63. 12 км, 17 км, 12 км. 6.64. 66 см. 6.65. 20 мм. 6.66. 8 см². 6.67. 180 см². 6.68. 2) 230; 4) 517 480. 6.69. 1) 140; 3) 721. 6.70. 2) 125; 4) 5160. 6.71. 1) 1 мин; 3) 1 ч. 6.72. 2) 1 км; 4) 1 сутки. 6.73. 1) Больше; 2) больше. 6.74. 2) 140; 4) 49. 6.75. 35. 6.76. 33. 6.77. 45 мин. 6.78. 90 мин. 6.79. 651. 6.80. 255. 6.81. 40 см. 6.82. 12 см. 6.83. 42 см, 108 см². 6.84. 40 см. 6.85. 102 : 85. 6.86. 648 км. 6.87. 6. 6.89. 1) 88; 3) 1; 5) 30; 7) 3. 6.90. 2) 121; 4) 9; 6) 7. 6.91. 9 км. 6.92. 1) 260 м; 2) 198 т. 6.93. 12 октября. 6.94. 13°; 167°; 13°; 167°. 6.95. Например, 167. Можно получить простые числа 7, 17, 61, 67, 71, 167, 617, 761. 6.96. Равны. 6.97. Среда. 6.98. Вторник.

ГЛАВА 7

7.1. 1) Да; 3) да. 7.2. а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{2}{3}$; г) $\frac{2}{3}$; д) $\frac{2}{3}$; е) $\frac{3}{4}$. 7.4. 2) $\frac{1}{3} = \frac{8}{24} = \frac{9}{27} = \frac{5}{15} = \frac{21}{63}$. 7.5. 1) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{15}{25} = \frac{12}{20} = \frac{300}{500}$; 3) $\frac{4}{11} = \frac{16}{44} = \frac{28}{77} = \frac{4040}{11\,110}$. 7.10. 2) $\frac{30}{40}$; 4) $\frac{15}{40}$; 6) $\frac{22}{40}$. 7.11. 1) $\frac{36}{60}$; 3) $\frac{35}{60}$; 5) $\frac{26}{60}$. 7.12. 2) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{3}{4}$; 6) $\frac{2}{4}$. 7.13. 1) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{6}{18}$; 5) $\frac{300}{900}$. 7.14. 2) $\frac{2}{6}$; 4) $\frac{10}{30}$; 6) $\frac{60}{180}$. 7.15. 1) $\frac{10}{14}$; 3) $\frac{35}{49}$; 5) $\frac{50}{70}$.

- 7.16. 2) $\frac{1}{10}$; 4) $\frac{4}{7}$; 6) $\frac{11}{12}$. 7.17. 1) 25; 3) 45. 7.18. 1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 5; 5) 8; 6) 5. 7.19. 60 мин. 7.20. 16 000 Мб, 72 000 Мб. 7.21. 1) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{19}{20}$. 7.22. 2) $\frac{11}{13}$; 4) $\frac{14}{87}$. 7.23. 1) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{4}{5}$. 7.26. 2) $\frac{1}{6}$; 4) $\frac{19}{58}$. 7.27. 1) $\frac{9}{10}$; 3) $\frac{7}{10}$; 5) $\frac{9}{11}$. 7.28. 2) $\frac{4}{7}$; 4) $\frac{1}{3}$. 7.29. 1), 3), 5), 6), 7). 7.32. 2) 60; 4) 13. 7.33. 1) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{2}{7}$; 5) $\frac{7}{4}$. 7.34. 1) $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{3}{14}$; 3) $\frac{175}{18}$; 4) $\frac{6}{5}$. 7.35. 42. 7.36. 110. 7.37. $\frac{420}{2310}$. 7.38. 2) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{3}{4}$. 7.39. 1) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{7}{8}$. 7.40. 2) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{1}{20}$. 7.41. 1) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{2}$. 7.42. 2) $\frac{1}{2}$ м; 4) $\frac{3}{4}$ м. 7.43. 1) $\frac{5}{61}$. 7.44. 2) $\frac{21}{73}$. 7.45. 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{8}$; 4) $\frac{1}{32}$. 7.46. $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{1}{10}$. 7.47. $\frac{1}{10}$. 7.48. $\frac{1}{20}$. 7.49. $\frac{1}{7}$. 7.50. $\frac{1}{3}$. 7.51. 1) $\frac{3}{12}$ и $\frac{2}{12}$; 3) $\frac{4}{60}$ и $\frac{5}{60}$. 7.52. 2) $\frac{48}{108}$; 4) $\frac{42}{108}$; 6) $\frac{3}{108}$. 7.53. 1) $\frac{40}{60}$; 3) $\frac{24}{60}$; 5) $\frac{16}{60}$. 7.56. 2) $\frac{14}{24}$ и $\frac{9}{24}$; 4) $\frac{10}{24}$ и $\frac{18}{24}$. 7.57. 1) $\frac{7}{14}$ и $\frac{2}{14}$; 3) $\frac{32}{72}$ и $\frac{27}{72}$; 5) $\frac{18}{21}$ и $\frac{14}{21}$. 7.58. 2) $\frac{15}{100}$ и $\frac{24}{100}$; 4) $\frac{55}{150}$ и $\frac{4}{150}$. 7.59. 1) $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{4}{6}$ и $\frac{5}{6}$. 7.60. 2) $\frac{11}{60}$ и $\frac{32}{60}$; 4) $\frac{15}{72}$ и $\frac{25}{72}$. 7.61. 72; 12. 7.62. 55 г. 7.64. 2) Больше; 4) больше. 7.65. $\frac{1}{17}$; $\frac{3}{17}$; $\frac{5}{17}$; $\frac{6}{17}$; $\frac{11}{17}$; $\frac{19}{17}$; $\frac{49}{17}$. 7.66. $\frac{102}{31}$, $\frac{28}{31}$, $\frac{14}{31}$, $\frac{13}{31}$, $\frac{10}{31}$, $\frac{4}{31}$, $\frac{1}{31}$. 7.67. 1) $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{8}{6}$, $\frac{9}{6}$, $\frac{10}{6}$. 7.70. 2) 0; 4) например, 7. 7.71. 1) Меньше; 3) меньше.

- 7.72. 2) Больше; 4) больше. 7.73. 1) $\frac{5}{22}$. 7.74. 2) Равны.
 7.75. 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{11}{15}$. 7.76. $\frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{17}{20}, \frac{13}{15}, \frac{11}{12}$. 7.77. $\frac{2}{3}, \frac{7}{12}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{1}{6}$. 7.78. 2) Например, $\frac{1}{10}, \frac{7}{30}, \frac{4}{25}$; 4) например, $\frac{1}{1000}, \frac{1}{200}, \frac{1}{125}$; 6) например, $\frac{1}{11110}, \frac{1}{2222}, \frac{4}{5555}$. 7.79. 1) Меньше; 3) больше. 7.80. 2) Меньше; 4) больше. 7.81. 1) $\frac{m}{3}$; 3) $\frac{6}{m+1}$. 7.82. $\frac{8}{9}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}$. 7.83. $\frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$. 7.84. Художественной. 7.85. Фруктовые деревья и кустарники. 7.86. Лена. 7.87. В первые три дня. 7.89. 1) $\frac{5}{11}, \frac{17}{21}, \frac{83}{93}, \frac{29}{31}, \frac{99}{100}$. 7.90. 2) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$; 4) $\frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{6}{10}, \frac{7}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}$. 7.91. 1) $\frac{1}{1}$; 3) $\frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{3}{3}$. 7.94. 2) $\frac{8}{1}, \frac{4}{1}, \frac{8}{4}$. 7.95. 1) $\frac{18}{9001}, \frac{18}{516}, \frac{18}{139}, \frac{139}{9001}, \frac{139}{516}, \frac{516}{9001}$. 7.96. 2) а) $\frac{31}{31}$; б) $\frac{37}{37}$. 7.97. 1) Меньше; 3) меньше; 5) меньше. 7.98. 2) 285 мин; 4) 220 м². 7.99. 1) 1; 2; 3; 4. 7.100. 2) 4; 5; 6. 7.101. 1) Правильной; 3) неправильной. 7.104. 1) 28; 2) 36. 7.105. 1) $9a + 2m + 5n$. 7.106. 2) $x + 4$; 33. 7.107. 1) 50; 3) 2; 5) 4; 7) 211; 9) 1. 7.108. 3. 7.109. 7. 7.110. 6 ч. 7.111. 3 ч. 7.112. 1) 60°. 7.113. 2) $\frac{1}{100}$ дм. 7.114. 30°; 60°. 7.115. 20 дм. 7.116. 16 см. 7.118. 6. 7.119. Уменьшится. 7.120. Увеличится.

ГЛАВА 8

- 8.6. 2) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{3}{7}$. 8.7. 1) $\frac{21}{20}$. 8.8. 2) $\frac{2}{5}$; 4) 1. 8.9. 1) $\frac{1}{7} + \frac{1}{7}$; 3) например, $\frac{1}{21} + \frac{4}{21}$. 8.10. 2) $\frac{1}{28} + \frac{1}{28} + \frac{1}{28} + \frac{1}{28}$. 8.11. $\frac{4}{5}$ м.

- 8.12. 1 кг. 8.13. $\frac{1}{2} \frac{\text{км}}{\text{мин}}$. 8.14. 300 га. 8.15. 1) $\frac{7}{10}$; 3) $\frac{23}{20}$;
 5) $\frac{81}{88}$. 8.16. 2) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{5}{11}$; 6) $\frac{23}{64}$. 8.17. 1) $\frac{5}{6}$; 3) $\frac{22}{75}$. 8.18. 2) $\frac{53}{54}$;
 4) $\frac{5}{12}$. 8.19. 1) $\frac{37}{100}$ м; 3) $\frac{19}{20}$ мин. 8.20. 2) $\frac{7}{10}$; 4) $\frac{99}{91}$. 8.21. 1) $\frac{34}{35}$;
 3) $\frac{5}{12}$. 8.22. 2) $\frac{45}{14}$; 4) $\frac{461}{45}$. 8.23. 1) $1 + \frac{7}{8}$; 3) $1 + \frac{3}{400}$.
 8.24. 2) Больше; 4) больше; 6) равна. 8.25. 1) $\frac{31}{40}$; 3) $\frac{9}{10}$;
 5) $\frac{143}{20}$. 8.26. 2) $\frac{31}{36}$; 4) $\frac{21}{36}$; 6) 4. 8.27. $\frac{193}{100}$ м. 8.28. $\frac{58}{25}$ м.
 8.29. $\frac{19}{5}$ м. 8.30. 42 га. 8.31. Да. 8.32. Нет. 8.33. 1) Да;
 3) нет. 8.34. 2) Да; 4) нет. 8.35. 1) $\frac{31}{30}$; 3) $\frac{47}{72}$. 8.36. 2) 1;
 4) 1. 8.37. 1) $\frac{17}{11}$; 3) 2. 8.38. 2) 1; 4) 4. 8.39. 1) 6; 3) 500.
 8.40. 2) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{13}{18}$; 6) $\frac{11}{15}$; 8) 1. 8.41. $\frac{1}{5}$ кг. 8.42. $\frac{99}{20}$ дм.
 8.43. Можно. 8.44. 2) $\frac{7}{9}$; 4) $\frac{12}{25}$; 6) $\frac{2}{99}$. 8.45. 1) $\frac{4}{10}$ дм; 3) $\frac{1}{2}$ м.
 8.46. 2) $\frac{5}{9}$; 4) $\frac{133}{50}$. 8.47. 1) $\frac{1}{2}$; 3) 1. 8.48. 2) Например, $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$;
 4) например, $\frac{43}{45} - \frac{2}{45}$; 6) например, $\frac{8}{15} - \frac{7}{15}$. 8.49. 1) $\frac{7}{17}$;
 3) $\frac{1}{3}$. 8.50. 2) $\frac{6}{49}$; 4) $\frac{1}{2}$. 8.51. 1) $\frac{4}{5}$; 3) $\frac{2}{5}$. 8.52. 2) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{2}{3}$.
 8.53. 1) $\frac{5}{7}$; 3) $\frac{5}{8}$. 8.54. 2) Да. 8.55. 1) $\frac{1000}{601}$. 8.56. 2) $\frac{427}{1800}$.
 8.57. $\frac{7}{12}$. 8.58. $\frac{3}{2}$ дм. 8.59. $\frac{8}{5}$ м. 8.60. $\frac{2}{5} \frac{\text{км}}{\text{мин}}$. 8.61. 1) $\frac{1}{6}$;
 3) $\frac{19}{72}$; 5) $\frac{21}{44}$. 8.62. 2) $\frac{5}{12}$; 4) $\frac{3}{32}$; 6) $\frac{9}{28}$. 8.63. 1) $\frac{7}{36}$; 3) $\frac{28}{75}$;

- 5) $\frac{5}{48}$. 8.64. 2) $\frac{9}{20}$ ч; 4) $\frac{7}{50}$ га. 8.65. 1) $\frac{4}{7}$; 3) $\frac{88}{25}$. 8.66. 2) $\frac{53}{12}$ ч;
 4) $\frac{442}{15}$ мин. 8.67. 1) $\frac{6}{11}$; 3) $\frac{46}{51}$; 5) $\frac{6}{23}$. 8.68. 2) $\frac{1}{15}$; 4) $\frac{83}{600}$.
 8.70. 2) $\frac{7}{36}$; 4) $\frac{7}{31}$. 8.71. 1) $\frac{3}{8}$; 3) $\frac{6}{5}$. 8.72. 2) $\frac{21}{80}$; 4) $\frac{1}{72}$. 8.73. 1) $\frac{4}{5}$;
 3) $\frac{25}{27}$. 8.74. 2) $\frac{4}{5}$; 4) $\frac{17}{11}$. 8.75. 1) $\frac{1}{42}$; 3) $\frac{25}{14}$; 5) 1. 8.76. 2) $\frac{139}{60}$;
 4) $\frac{437}{180}$; 6) $\frac{9}{20}$. 8.77. 1) $\frac{11}{36}$; 3) $\frac{1}{35}$. 8.78. 2) $\frac{1}{15}$; 4) $\frac{14}{15}$; 6) 1.
 8.79. 1) $\frac{14}{15}$; 3) $\frac{1}{15}$. 8.80. $\frac{5}{21}$. 8.81. $\frac{4}{25}$ м. 8.82. Нет. 8.83. $\frac{7}{20}$ м,
 $\frac{37}{100}$ м. 8.84. $\frac{1}{2}$. 8.85. $\frac{5}{104}$. 8.86. 2) 7500; 4) 0. 8.87. 1) 89;
 2) 342. 8.88. 2) 6; 4) 10; 6) 1. 8.89. 1) 26; 2) 66. 8.90. 1) 2744;
 2) 1736. 8.91. 8100; 5508. 8.92. 6 м, 18 м. 8.93. 900 км.
 8.94. 60 $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. (Пройденный путь содержит столько километ-
 ров, сколько минут затрачено на прохождение этого пути.)
 8.95. 1) Порвну; 2) поровну. 8.96. 2) 2; 4) 1.

ГЛАВА 9

- 9.1. 1) $\frac{3}{20}$; 3) $\frac{7}{9}$. 9.2. 2) $\frac{3}{20}$; 4) $\frac{5}{11}$; 6) $\frac{8}{9}$. 9.3. 1) $\frac{10}{7}$; 3) $\frac{140}{23}$.
 9.4. 2) $\frac{6}{5}$; 4) $\frac{7}{12}$. 9.5. 1) $\frac{9}{5}$ м; 3) $\frac{31}{10}$ а. 9.6. 2) $\frac{25}{36}$; 4) $\frac{27}{125}$;
 6) $\frac{81}{100}$. 9.7. 1) $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}$; 3) $\frac{6}{7} \cdot \frac{6}{7}$. 9.8. 2) Например, $\frac{7}{16} \cdot \frac{7}{4}$; 4) на-
 пример, $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5}$; 6) например, $\frac{25}{3} \cdot \frac{3}{5}$. 9.9. 1) $\frac{9}{4}$; 3) 4. 9.10. 2) $\frac{7}{2}$;
 4) $\frac{11}{5}$; 6) $\frac{25}{3}$. 9.11. 1) $\frac{5}{3}$; 3) $\frac{1}{4}$; 5) $\frac{15}{242}$. 9.12. 2) $\frac{6 \cdot m}{7 \cdot n}$; 4) $\frac{4 \cdot p}{3 \cdot q}$;
 6) $\frac{2 \cdot k}{r}$. 9.13. 1) Увеличится в 3 раза; 2) увеличится в 10 раз.

- 9.14.** 1) Например, $\frac{2}{3} \cdot \frac{8}{7}$; 2) например, $\frac{2}{3} \cdot \frac{11}{7}$. **9.15.** 1) $\frac{3}{25}$ дм²;
 3) 12 см². **9.16.** $\frac{2}{15}$ м². **9.17.** $\frac{49}{108}$ м². **9.18.** 2) $\frac{20}{11}$ дм, $\frac{25}{121}$ дм²;
 4) $\frac{48}{7}$ м, $\frac{144}{49}$ м². **9.19.** 1) $\frac{1}{5}$ м; 3) 8 м. **9.20.** 2) $\frac{1}{2}$ км; 4) $\frac{224}{5}$ км.
9.21. 1) Да. **9.23.** 1) Да. **9.25.** 1) $\frac{12}{35}$; 3) $\frac{1}{10}$. **9.26.** 2) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{1}{8}$.
9.27. 1) 7; 3) 49. **9.28.** 2) $\frac{1}{28}$; 4) $\frac{1}{10}$. **9.29.** 1) $\frac{15}{2}$; 3) $\frac{5}{14}$.
9.30. 2) $\frac{4}{9}$; 4) $\frac{9}{16}$. **9.31.** 1) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{4}$; 5) $\frac{1}{4}$. **9.32.** $\frac{1}{4}$ м³. **9.33.** $\frac{3}{2}$ дм².
9.34. 2) $\frac{1}{4}$ см³. **9.35.** 1) $\frac{27}{64}$ дм³; 3) $\frac{27}{125}$ см³. **9.41.** 1) $\frac{39}{10}$; 3) 1.
9.42. 2) 19; 4) 7. **9.43.** 1) $\frac{11}{8}$; 3) $\frac{60}{61}$. **9.44.** 2) $\frac{15}{28} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5} \right)$;
 4) $\frac{18}{49} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right)$. **9.45.** 1) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{3}$. **9.46.** 2) $\frac{7}{18}$. **9.47.** 1) а) Сум-
 ма станет равна произведению $\frac{4}{11}$ и исходной суммы;
 б) Сумма станет равна произведению $\frac{11}{4}$ и исходной суммы.
9.48. 2) $\frac{11}{18}$; 4) $\frac{1}{30}$; 6) $\frac{1}{45}$. **9.49.** 1) $\frac{31}{108}$, $\frac{10}{27}$. **9.50.** 2) $\frac{8}{7}$, $\frac{1}{3}$,
 $\frac{6}{7}$, 1. **9.51.** 1) 2, 4, $\frac{3}{25}$, $\frac{27}{28}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{8}{5}$. **9.52.** 2) $\frac{53}{30}$ дм. **9.53.** 2 м.
9.54. $\frac{1}{4}$ км. **9.55.** $\frac{1}{2}$ км. **9.56.** 2) 4, 7, 150, 201, 1001; 4) $\frac{b}{a}$,
 $\frac{n}{m}$, p , q , $\frac{1}{c}$, $\frac{1}{t}$. **9.57.** 1) Да; 3) нет. **9.58.** $\frac{2}{15}$ и $\frac{15}{2}$, $\frac{15}{26}$ и $\frac{26}{15}$,
 26 и $\frac{1}{26}$. **9.59.** 1) 5; 3) 3. **9.60.** 2) $\frac{2}{7}$; 4) 2. **9.61.** 1) 6; 3) $\frac{25}{18}$.
9.62. Неправильной. **9.63.** Не может. **9.64.** 2) $\frac{8}{5}$; 4) $\frac{40}{3}$; 6) $\frac{1}{9}$.
9.65. 1) $\frac{4}{3}$; 3) 15. **9.66.** 2) 1; 4) $\frac{44}{63}$; 6) $\frac{30}{29}$; 8) 0. **9.67.** 1) $\frac{4}{45}$;

- 3) $\frac{7}{80}$; 5) $\frac{2}{99}$; 7) $\frac{65}{3}$. **9.68.** 2) $\frac{4}{39}$; 4) $\frac{7}{99}$. **9.69.** 1) $\frac{7}{32}$; 3) $\frac{2}{21}$;
 5) $\frac{100}{3}$. **9.70.** 2) $\frac{3}{40}$; 4) $\frac{206}{5}$; 6) $\frac{40}{3}$. **9.71.** 1) $\frac{5}{4}$; 3) $\frac{3}{4}$; 5) $\frac{25}{4}$.
9.72. 2) $\frac{23}{32}$. **9.73.** 1) $\frac{16}{21}$; 2) например, $\frac{2}{3} : \frac{5}{7}$ или $\frac{5}{9} : \frac{25}{42}$.
9.74. 2) Равны. **9.75.** 1) $\frac{33}{7}$. **9.76.** 2) $\frac{18}{55}$. **9.77.** 1) $\frac{26}{35}$. **9.78.** 2) $\frac{7}{18}$;
 4) $\frac{8}{25}$. **9.79.** 1) $\frac{32}{27}$; 3) $\frac{35}{22}$; 5) $\frac{5}{4}$. **9.80.** 2) 1; 4) $\frac{3}{7}$; 6) $\frac{5}{77}$.
9.81. 1) 4; 3) $\frac{1}{2}$; 5) 10. **9.82.** 2) $\frac{a}{b \cdot c}$; 4) $\frac{n \cdot q}{p}$; 6) $\frac{m \cdot n}{9}$; 8) $\frac{a \cdot q}{b}$.
9.83. $\frac{5}{6}$ дм. **9.84.** $\frac{6}{7}$ дм. **9.85.** $\frac{4}{3}, \frac{13}{6}$. **9.86.** $\frac{1}{3}$ ч, $\frac{1}{15}$ ч. **9.87.** 24 с.
9.88. Успеет. **9.89.** 36 мин. **9.90.** 16 км. **9.91.** а) 1) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{10}{1}$;
 5) $\frac{1}{5}$; б) 1) $\frac{1}{105}$; 3) $\frac{1}{7}$; 5) $\frac{1}{350}$. **9.92.** 2) $\frac{3}{4}$; 4) $\frac{5}{4}$; 6) 2.
9.93. 1) $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{9}{20}$. **9.94.** 2) $\frac{33}{5}$; 4) $\frac{36}{5}$; 6) $\frac{2}{7}$. **9.95.** 1) Меньше;
 3) меньше. **9.96.** 2) $\frac{3}{8}$ кг; 4) $\frac{2}{5}$ т; 6) $\frac{1}{4}$ а. **9.97.** 1) Меньше;
 3) меньше. **9.98.** 2) $\frac{3}{2}$; 4) $\frac{5}{9}$; 6) $\frac{6}{11}$. **9.99.** 1) $\frac{4}{3}$ км; 3) $\frac{16}{9}$ кг;
 5) $\frac{3}{2}$ а; 7) $\frac{21}{4}$ т. **9.100.** 2) $\frac{5}{2}$; 4) $\frac{36}{17}$. **9.101.** 1) Первое число
 меньше; 3) второе число меньше. **9.102.** $\frac{1}{20}$ т. **9.103.** $\frac{1}{3}$.
9.104. $\frac{3}{7}$. **9.105.** $\frac{3}{5}$. **9.106.** $\frac{9}{22}$. **9.107.** 19 мин. **9.108.** $\frac{3}{16}$ кг.
9.109. $\frac{3}{4}$ ц. **9.110.** $\frac{27}{25}$ м. **9.111.** $\frac{3}{4}$ ч. **9.112.** 2) $\frac{12}{35}$ ч. **9.113.** $\frac{12}{5}$ ч.
9.114. $\frac{82}{15}$ га. **9.115.** $\frac{133}{720}$. **9.116.** $\frac{900}{131}$ ч. **9.117.** $\frac{3}{40}$. **9.118.** $\frac{72}{5}$ мин.
9.119. 3 дня. **9.120.** 2) $\frac{5}{12}$. **9.121.** 1) 3; 3) 7. **9.122.** 2) 6; 4) 0.

9.123. 1) $\frac{30}{7}$; 3) 56; 5) $\frac{67}{5}$. **9.124.** $\frac{1}{16}$. **9.125.** $\frac{19}{15}$ дм. **9.126.** Отрезок AD составляет $\frac{3}{4}$ отрезка AB , отрезок CB составляет $\frac{3}{5}$ отрезка AB . Отрезок AD больше отрезка CB . **9.127.** 300 км. **9.128.** 1) Нет; 2) нет; 3) да. **9.129.** 1) Нет; 2) да. **9.130.** Да. **9.131.** $\frac{6}{7}$. **9.134.** 425 250 мм³.

ГЛАВА 10

10.2. 2) $3\frac{5}{6}$; 4) $15\frac{4}{15}$. **10.3.** 1) $19\frac{1}{6}$; 3) $1\frac{13}{19}$. **10.4.** 2) 8; 4) 2. **10.5.** 1) а) $11 + \frac{2}{9}$; б) $\frac{101}{9}$; 3) а) $105 + \frac{3}{8}$; б) $\frac{843}{8}$. **10.6.** 2) а) $4\frac{1}{11}$; б) $4 + \frac{1}{11}$; 4) а) $5\frac{5}{16}$; б) $5 + \frac{5}{16}$. **10.7.** 1) $2\frac{1}{5}$; 3) $5\frac{1}{20}$. **10.8.** 2) $1\frac{2}{5}$ км; 4) $8\frac{49}{60}$ мин. **10.9.** 1) 3500 м; 3) 156 мин. **10.10.** 2) $2\frac{16}{75}$; 4) 14. **10.11.** $7\frac{1}{2}$ $\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **10.12.** $2\frac{5}{6}$ ч. **10.13.** $2\frac{3}{10}$ ч. **10.14.** $2\frac{2}{5}$ ч. **10.15.** $1\frac{2}{3}$ мин. **10.17.** 1) Больше; 3) меньше. **10.18.** 2) Вторая; 4) вторая. **10.19.** 1) $107\frac{5}{16}$. **10.20.** 2) Меньше; 4) меньше. **10.21.** 1) Меньше; 3) меньше. **10.22.** 2) $15\frac{7}{12}$. **10.23.** 1) $\frac{567}{108}$. **10.24.** Например, 2) $1\frac{3}{8}$; 4) $5\frac{2}{3}$. **10.25.** Например, 1) $15\frac{3}{8}$; 3) $27\frac{1}{2}$. **10.26.** Например, 2) $5\frac{19}{20}$; 4) $14\frac{14}{23}$. **10.27.** 1) 6 и 7; 3) 29 и 30. **10.28.** $3\frac{5}{6}$, $3\frac{7}{8}$, $4\frac{7}{12}$, $4\frac{2}{3}$, $5\frac{2}{19}$, $5\frac{1}{9}$. **10.29.** $9\frac{3}{4}$, $9\frac{3}{5}$, $8\frac{2}{5}$, $8\frac{6}{25}$, $6\frac{11}{20}$, $6\frac{10}{19}$. **10.30.** 2) Больше; 4) больше.

- 10.31. 1) $A\left(\frac{1}{5}\right)$; $B\left(\frac{4}{5}\right)$; $C\left(1\frac{2}{5}\right)$; $D\left(1\frac{4}{5}\right)$; $M\left(2\frac{1}{5}\right)$; $N\left(2\frac{2}{5}\right)$.
- 10.38. 2) а) $4\frac{1}{3}$; б) $3\frac{1}{4}$; в) $1\frac{5}{8}$; г) $1\frac{4}{9}$. 10.39. 1) $\frac{7}{18}$; 3) $\frac{20}{21}$.
- 10.40. 18 см². 10.41. $1\frac{1}{5}$ ч. 10.42. 6 см. 10.43. 1 кг 200 г, 750 г, 300 г. 10.45. 1) $6\frac{3}{8}$; 3) $200\frac{11}{15}$. 10.46. 2) 9; 4) $5\frac{1}{4}$.
- 10.47. 1) $6\frac{4}{5}$; 3) $18\frac{1}{7}$. 10.48. 2) $29\frac{1}{2}$; 4) $230\frac{2}{5}$. 10.49. 1) $16\frac{47}{48}$; 3) $500\frac{1}{12}$. 10.50. 2) $14\frac{13}{15}$; 4) $16\frac{1}{10}$. 10.51. 1) $40\frac{1}{2}$; 3) 50.
- 10.52. 2) 60; 4) $51\frac{17}{30}$. 10.53. 1) $11\frac{1}{100}$ км; 3) $26\frac{13}{600}$ га.
- 10.54. 1) $1 + 1\frac{1}{3}$; 2) например, $1\frac{13}{21} + \frac{5}{7}$; 3) например, $1\frac{2}{9} + 1\frac{1}{9}$.
- 10.55. 1) 6; 3) $9\frac{1}{4}$. 10.56. 2) $24\frac{1}{2}$; 4) $20\frac{5}{18}$. 10.57. 1) $25\frac{1}{4}$; 3) 100. 10.58. 2) $55\frac{2}{17}$; 4) $49\frac{1}{2}$. 10.59. $7\frac{1}{12}$ ч. 10.60. $7\frac{3}{10}$ см.
- 10.61. 13 дм. 10.62. $27\frac{9}{20}$ см. 10.63. $35\frac{1}{3}$ см. 10.64. $5\frac{1}{4}$ кг.
- 10.65. $18\frac{1}{3}\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. 10.66. 2 мин. 10.67. 1) $4\frac{3}{5}$; 3) $40\frac{56}{75}$.
- 10.68. 2) $83\frac{9}{23}$; 4) $106\frac{19}{52}$. 10.69. 1) $3\frac{10}{11}$; 3) $\frac{21}{25}$. 10.70. 2) $\frac{2}{85}$; 4) 0. 10.71. 1) $2\frac{1}{15}$; 3) $9\frac{1}{60}$; 5) $2\frac{1}{45}$. 10.72. 2) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{32}{45}$.
- 10.73. 1) $\frac{1}{15}$; 3) $15\frac{1}{20}$. 10.74. 2) $4\frac{1}{10}$; 4) $90\frac{73}{80}$. 10.75. Напри-
мер, 1) $15\frac{9}{11} - 7$; 2) $9\frac{16}{33} - \frac{2}{3}$; 3) $11\frac{23}{55} - 2\frac{3}{5}$; 4) $10 - 1\frac{2}{11}$.
- 10.76. 2) $\frac{13}{15}$; 4) $\frac{1}{3}$. 10.77. 1) $\frac{5}{24}$; 3) $\frac{19}{48}$. 10.78. 2) $2\frac{1}{30}$ ч; 4) $140\frac{3}{4}$ л. 10.79. 1) $44\frac{37}{60}$; 3) $\frac{1}{2}$. 10.80. 1) $9\frac{1}{14}$; 2) $1\frac{2}{7}$; 3) $3\frac{1}{5}$;

- 4) $20\frac{8}{45}$. **10.81.** 1) $23\frac{2}{3}$; 3) $110\frac{37}{40}$. **10.82.** $57\frac{3}{35}$. **10.83.** Увеличится на $11\frac{1}{15}$. **10.84.** Увеличится на $5\frac{4}{7}$. **10.85.** $5\frac{1}{2}$ см. **10.86.** $6\frac{3}{5}$ м. **10.87.** $16\frac{1}{2}$ см. **10.88.** $27\frac{3}{5}$ кг. **10.89.** $2\frac{29}{40}$ кг. **10.90.** Брутто — $88\frac{7}{8}$ кг, нетто — $82\frac{1}{2}$ кг. **10.91.** Из Мозыря поездка длилась на $\frac{1}{60}$ мин дольше, чем в Мозырь. **10.92.** 2) $70\frac{57}{100}\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **10.93.** 1) $26\frac{1}{20}\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, $23\frac{3}{4}\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. **10.94.** 2) 0; 4) 0; 6) 0; 8) $4\frac{2}{3}$. **10.95.** 1) 6; 3) 7; 5) $12\frac{1}{2}$. **10.96.** 2) $13\frac{4}{9}$; 4) $1\frac{91}{125}$; 6) $2\frac{10}{27}$. **10.97.** 1) $1\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{4}$; 3) $1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{3}$; 5) $2\frac{2}{3} \cdot 2\frac{2}{3}$. **10.98.** 2) $1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{3}$; 4) $2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2}$; 6) $3\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{3}$. **10.99.** 1) 6; 3) 24; 5) $2\frac{2}{9}$. **10.100.** 2) 7; 4) 14; 6) $9\frac{1}{3}$. **10.101.** 1) $\frac{1}{6}$; 3) $1\frac{1}{2}$. **10.102.** 2) 2; 4) $2\frac{2}{3}$. **10.103.** 1) 20; 3) $2\frac{1}{3}$. **10.104.** 2) $27\frac{1}{2}$; 4) $1\frac{2}{3}$. **10.105.** 1) $8\frac{5}{6}$; 3) $2\frac{2}{9}$. **10.106.** 8. **10.107.** 1) $1\frac{5}{7}$; 3) 3. **10.108.** 2) $4\frac{2}{3}$; 4) $2\frac{4}{5}$. **10.109.** 1) 22; 3) 117. **10.110.** 2) 78; 4) $35\frac{1}{2}$. **10.111.** 1) $7\frac{3}{22}$; 3) $2\frac{1}{8}$. **10.112.** 2) $5\frac{7}{50}$; 4) $5\frac{5}{24}$. **10.113.** 1) $4\frac{3}{49}$; 3) $12\frac{9}{49}$. **10.114.** 2) $1\frac{2}{11}$; 4) $\frac{2}{3}$. **10.115.** 1) $2\frac{2}{5}$; 2) $3\frac{3}{14}$; 3) 7; 4) $2\frac{7}{13}$; 5) 3; 6) $3\frac{3}{10}$. **10.116.** 2) Да; 4) да; 6) нет. **10.117.** 1) $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{3}{5}$; 5) $\frac{5}{8}$. **10.118.** 2) 10; 4) $1\frac{7}{11}$. **10.119.** 1) Равны. **10.120.** 2) 2. **10.121.** 1) a меньше b . **10.122.** 150 см^3 .

- 10.123. 1) $3\frac{1}{5}$ см. 10.124. $50\frac{2}{15}$ км. 10.125. 1) 7; 3) 8; 5) $45\frac{1}{2}$.
 10.126. 2) $(a+b+c):3$; 4) $(a+b+m+n+p+q):6$. 10.127. 1) $\frac{3}{8}$;
 3) $\frac{5}{18}$. 10.128. 2) Нет; 4) да. 10.129. 55. 10.130. Длина —
 8 м 70 см, ширина — 6 м 60 см, высота — 3 м 20 см.
 10.131. $12\frac{1}{2}\frac{\text{км}}{\text{ч}}$, $1\frac{1}{2}\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. 10.132. 91. 10.133. $10\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. 10.134. 23
 и 69. 10.135. 185. 10.136. 36 кг. 10.137. Нет. 10.138. 34 го-
 да. 10.146. 2) $1\frac{8}{45}$; 4) $1\frac{1}{3}$. 10.147. 1) $1\frac{1}{30}a$; 3) $\frac{2}{5}a + \frac{2}{7}$.
 10.148. 2) $\frac{19}{28}$; 4) 1; 6) $\frac{7}{15}$. 10.150. 2) 4. 10.151. 1) 40. 10.153. 1) $7\frac{1}{2}$.
 10.154. $100\frac{1}{6}$ га. 10.155. $2\frac{2}{9}$ ч. 10.156. $1\frac{1}{4}$. 10.157. $\frac{3}{10}$ км.
 10.158. Скорость лягушки в 3 раза больше. 10.159. 2730 г.
 10.160. 352 км, 288 км. 10.161. 14 км. 10.162. 1) $3\frac{1}{3}$ ч;
 2) 5 ч. 10.163. 30 ч. 10.164. 15. 10.165. 1 год. 10.166. $\frac{5}{11}\frac{\text{км}}{\text{мин}}$.
 10.167. Увеличилась на $13\frac{1}{2}\frac{\text{км}}{\text{ч}}$. 10.168. $1\frac{7}{16}$; $4\frac{5}{16}$.
 10.169. $2\frac{4}{7}$; $3\frac{6}{7}$. 10.170. 24 мин. 10.171. $\frac{4}{9}$ ч. 10.172. 12 ч
 45 мин или 10 ч 15 мин. 10.173. 1,5 кг. 10.174. $\frac{2}{15}$.
 10.175. $19\frac{1}{15}$. 10.176. 24. 10.177. 4 кг. 10.178. Поровну.
 $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1\right)$.

Предметный указатель

В

вычитание дробей 131,
136, 211

Г

градус 15

Д

деление дробей 166, 218

делитель общий 21

дополнительный множи-
тель 99

дробная часть числа 189

дробь 60

— неправильная 110

— несократимая 93

— обыкновенная 60

— правильная 110

— смешанная 190

З

законы сложения дробей
126

— умножения дробей 151,
157

знаменатель дроби 60

К

кратное общее 33

Н

НОД 26

НОК 32

О

общий знаменатель 99

основное свойство дроби 86

— частного 169

254

П

перпендикулярные прямые
39

Р

разложение на простые
множители 7

разность дробей 132

С

сложение дробей 118, 121,
205

сокращение дроби 92

среднее арифметическое
225

сумма дробей 118

Т

транспортир 16

У

умножение дробей 145,
218

Ф

формула 46

Ц

целая часть числа 189

Ч

числа взаимно обратные
164

— простые 22

число простое 4

— составное 4

Ш

шкала 11

Оглавление

ГЛАВА 5. Простые числа

5.1. Простые и составные числа	4
5.2. Разложение натурального числа на простые мно- жители	7
5.3. Шкалы	11
5.4. Измерение углов	15
5.5. Общие делители. Взаимно простые числа	21
5.6. Наибольший общий делитель	26
5.7. Наименьшее общее кратное	32
5.8. Перпендикулярные прямые	39
5.9. Формулы	46
5.10. Задачи на сближение и удаление	51
<i>Задачи на повторение</i>	56

ГЛАВА 6. Обыкновенные дроби

6.1. Понятие дроби	59
6.2. Дробь как частное от деления натуральных чи- сел	65
6.3. Какую часть одно число составляет от другого	69
6.4. Нахождение части (дроби) от числа	72
6.5. Нахождение числа по его части (дроби)	78
<i>Задачи на повторение</i>	83

ГЛАВА 7. Основное свойство дроби

7.1. Основное свойство дроби	85
7.2. Сокращение дроби	92
7.3. Приведение дробей к общему знаменателю	99
7.4. Сравнение дробей	104
7.5. Правильные и неправильные дроби	110
<i>Задачи на повторение</i>	114
	255

ГЛАВА 8. Сложение и вычитание обыкновенных дробей

8.1. Сложение дробей с одинаковыми знаменателями	117
8.2. Сложение дробей с разными знаменателями	121
8.3. Законы сложения дробей	126
8.4. Вычитание дробей с одинаковыми знаменате- лями	131
8.5. Вычитание дробей с разными знаменателями ...	136
<i>Задачи на повторение</i>	142

ГЛАВА 9. Умножение и деление обыкновенных дробей

9.1. Умножение дробей	144
9.2. Законы умножения дробей	151
9.3. Распределительный закон	157
9.4. Взаимно обратные числа	163
9.5. Деление дробей	166
9.6. Часть (дробь) от числа	175
9.7. Задачи на совместную работу	182
<i>Задачи на повторение</i>	185

ГЛАВА 10. Смешанные дроби

10.1. Смешанные дроби	189
10.2. Сравнение смешанных дробей	195
10.3. Изображение дробей на координатном луче ...	199
10.4. Сложение смешанных дробей	204
10.5. Вычитание смешанных дробей	211
10.6. Умножение и деление смешанных дробей	218
10.7. Среднее арифметическое	225
10.8. Столбчатые и линейные диаграммы	228
<i>Задачи на повторение</i>	235

Ответы	240
Предметный указатель	254

(Название и номер учреждения общего среднего образования)

Учебный год	Имя и фамилия учащегося	Состояние учебного пособия при получении	Оценка учащегося за пользование учебным пособием
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			

Учебное издание

Кузнецова Елена Павловна
Муравьева Галина Леонидовна
Шнеперман Лев Борисович и др.

МАТЕМАТИКА

Учебное пособие для 5 класса
учреждений общего среднего образования
с русским языком обучения

В 2 частях

Часть 2

2-е издание, пересмотренное и дополненное

Нач. редакционно-издательского отдела *Г. И. Бондаренко*

Редактор *Н. М. Кумагер*

Обложка художника *И. А. Усенко*

Компьютерная верстка *А. Н. Киселева*

Корректоры *Н. И. Порхун, В. П. Шкредова, Е. В. Шобик*

Подписано в печать 20.08.2013. Формат 60×90/16. Бумага офсетная.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 16,0. Уч.-изд. л. 6,01.

Тираж 89 670 экз. Заказ

Научно-методическое учреждение «Национальный институт образования»
Министерства образования Республики Беларусь. ЛИ № 02330/0494469
от 08.04.2009. Ул. Короля, 16, 220004, г. Минск

ОАО «Полиграфкомбинат им. Якуба Коласа». ЛП № 02330/0150496
от 11.03.2009. Ул. Корженевского, 20, 220024, г. Минск